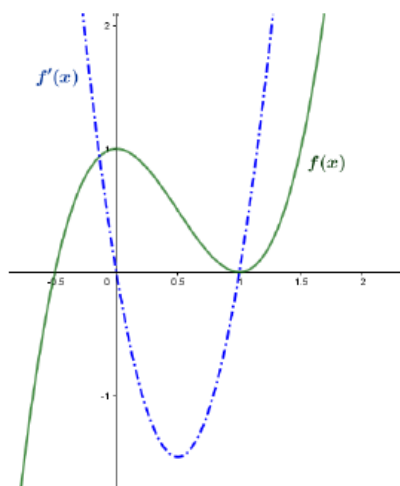
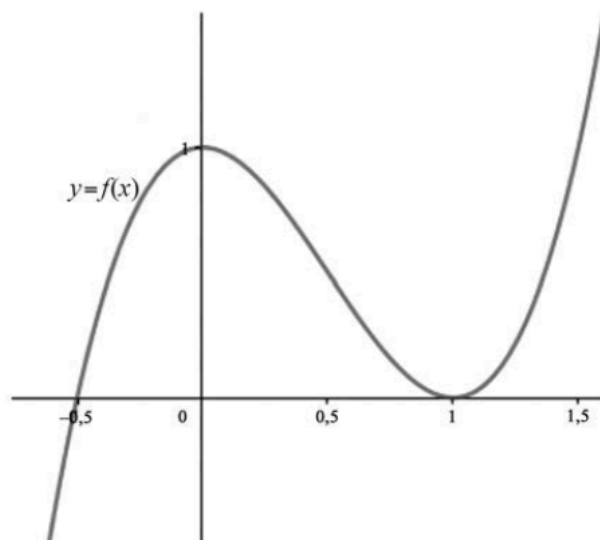


4. a) En la figura es mostra la gràfica de la funció  $f(x)$ . Representeu de manera esquemàtica la gràfica de la funció derivada de  $f(x)$ . Expliqueu el raonament que heu seguit.

[1,25 punts]



- La funció derivada passa pels punts  $(0,0)$  i  $(1,0)$  perquè són els punts on  $f(x)$  presenta els extrems relatius.
- $f(x)$  és creixent quan  $x < 0$  i quan  $x > 1$  per tant la funció derivada és positiva en aquestes dues semirectes.
- $f(x)$  és decreixent quan  $0 < x < 1$  per tant, en aquest interval la derivada és negativa.
- La funció  $f(x)$  té un punt d'inflexió en un punt proper a  $x = \frac{1}{2}$  que coincidirà amb un mínim en la funció derivada.

**b)** Calculeu els valors de  $a$  i  $b$  perquè la funció  $g(x) = ax^3 + bx^2 + 1$  tingui un punt d'inflexió en  $x = \frac{1}{2}$  i la seva derivada en aquest punt sigui  $\frac{-3}{2}$ .

[1,25 punts]

Imposem que  $g'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$  i que  $g''\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

- $g(x) = ax^3 + bx^2 + 1 \rightarrow g'(x) = 3ax^2 + 2bx \rightarrow 3a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2b\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \rightarrow 3a + 4b = -6$
- $g''(x) = 6ax + 2b \rightarrow 6a\frac{1}{2} + 2b = 0 \rightarrow 3a + 2b = 0$

D'aquestes dues equacions

$$\begin{cases} 3a + 4b = -6 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases}$$

es dedueix que  $a = 2$  i  $b = -3$