

1. Calculeu els coeficients a , b , c i d de la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ si sabem que l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció f en el punt d'inflexió $(1, 0)$ és $y = -3x + 3$ i que la funció té un extrem relatiu en el punt de la gràfica d'abscissa $x = 0$.

[2,5 punts]

Si calculem les funcions derivades successives tenim:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c; \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

Si anem traduïnt en termes de f i f' les condicions de l'enunciat obtenim:

* f passa per $(1,0) \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow a + b + c + d = 0$ (equació 1)

* $(1,0)$ és un punt d'inflexió $\rightarrow f''(1) = 0 \rightarrow 6a + 2b = 0$ (equació 2)

* El pendent de la tangent en $x = 1$ és igual a $-3 \rightarrow f'(1) = -3 \rightarrow 3a + 2b + c = -3$ (equació 3)

* f té un extrem en $x = 0 \rightarrow f'(0) = 0 \rightarrow c = 0$ (equació 4)

Resolent el sistema format per les equacions (1), (2), (3) i (4), obtenim la solució al problema $\boxed{a = 1, b = -3, c = 0, d = 2}$.