

P1. — Tens un petit negoci que ven pantalons i camises. El preu de cada pantaló és de 60 €, i el preu de cada camisa és de 40 €.

- a) Aquesta setmana s'han venut un total de 100 unitats entre pantalons i camises, i hem tingut uns ingressos totals de 5400 €. Quants pantalons i quantes camises hem venut? (5 pt)

Començarem amb les següents equacions:

1. $x + y = 100$
2. $60x + 40y = 5400$

Podem escriure aquest sistema en forma de matriu augmentada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 100 \\ 60 & 40 & 5400 \end{array} \right)$$

Passos per aplicar el mètode de Gauss-Jordan:

1. **Convertir la matriu a la forma escalonada superior:**

Ja tenim el primer element (1) en la primera fila i columna (pivot). Ara, farem que el primer element de la segona fila sigui zero. Això es fa restant 60 vegades la primera fila de la segona fila:

Primera fila: $(1 \quad 1 \quad | \quad 100)$

Segona fila: $(60 \quad 40 \quad | \quad 5400)$

Nova segona fila = Segona fila – 60 × Primera fila

$$(60 - 60 \cdot 1 \quad 40 - 60 \cdot 1 \quad | \quad 5400 - 60 \cdot 100)$$

$$(0 \quad -20 \quad | \quad -600)$$

La matriu augmentada actualitzada és:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 100 \\ 0 & -20 & -600 \end{array} \right)$$

2. Convertir la matriu a la forma reduïda de fila:

Ara convertirem el segon element de la segona fila a 1. Per fer això, dividirem tota la segona fila per -20:

$$\text{Nova segona fila} = \frac{\text{Segona fila}}{-20}$$

$$(0 \quad 1 \quad | \quad 30)$$

La matriu augmentada actualitzada és:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 100 \\ 0 & 1 & 30 \end{array} \right)$$

3. Eliminació de la variable y de la primera fila:

Ara restarem la segona fila de la primera fila per fer que el segon element de la primera fila sigui zero:

$$\text{Nova primera fila} = \text{Primera fila} - \text{Segona fila}$$

$$(1 \quad 1 - 1 \quad | \quad 100 - 30)$$

$$(1 \quad 0 \quad | \quad 70)$$

La matriu augmentada final és:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 70 \\ 0 & 1 & 30 \end{array} \right)$$

Així, podem llegir directament les solucions del sistema:

$$x = 70$$

$$y = 30$$

Conclusió: Hem venut **70 pantalons i 30 camises**.

- b) Fa tres setmanes es varen vendre un total de 110 unitats entre pantalons i camises, i un empleat que va revisar la caixa va dir que els ingressos totals eren de 4200 € ... però tu no creus l'empleat. Quants pantalons i quantes camises s'haurien d'haver venut segons el que diu l'empleat? Interpreta el resultat obtingut. (5 pt)

Dades del problema

Ens donen dos tipus de peces: pantalons i camises, amb preus respectius de 60 € i 40 €. La situació descrita és la següent:

- **Total de peces venudes:** 110
- **Ingressos totals reportats per l'empleat:** 4200 €

Plantejament del sistema d'equacions

Definim:

- x = nombre de pantalons venuts
- y = nombre de camises venudes

Podem formular el sistema d'equacions següent:

1. Total de peces venudes:

$$x + y = 110$$

2. Ingressos totals:

$$60x + 40y = 4200$$

Resolució del sistema d'equacions utilitzant matrius

1. Escrivim el sistema en forma de matriu augmentada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 110 \\ 60 & 40 & 4200 \end{array} \right)$$

2. Transformem la matriu augmentada a la forma escalonada:

Per fer la matriu triangular superior, utilitzem l'operació següent per eliminar el terme x de la segona fila:

$$\text{Segona fila} \leftarrow \text{Segona fila} - 60 \times \text{Primera fila}$$

Realitzem el càlcul:

- Primer element de la segona fila:

$$60 - 60 \cdot 1 = 0$$

- Segon element de la segona fila:

$$40 - 60 \cdot 1 = -20$$

- Termini constant de la segona fila:

$$4200 - 60 \cdot 110 = 4200 - 6600 = -2400$$

Això ens dona la matriu:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 110 \\ 0 & -20 & -2400 \end{array} \right)$$

3. Convertim la matriu a la forma reduïda de fila:

Dividim la segona fila per -20 per obtenir un pivot de 1:

$$\text{Segona fila} \leftarrow \frac{\text{Segona fila}}{-20}$$

Realitzem el càlcul:

- Primer element de la segona fila:

$$\frac{0}{-20} = 0$$

- Segon element de la segona fila:

$$\frac{-20}{-20} = 1$$

- Termini constant de la segona fila:

$$\frac{-2400}{-20} = 120$$

Això ens dóna:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 110 \\ 0 & 1 & 120 \end{array} \right)$$

4. Eliminem el terme y de la primera fila:

Restem la segona fila de la primera fila per obtenir un zero en la posició y de la primera fila:

$$\text{Primera fila} \leftarrow \text{Primera fila} - \text{Segona fila}$$

Realitzem el càlcul:

- Primer element de la primera fila:

$$1 - 0 = 1$$

- Segon element de la primera fila:

$$1 - 1 = 0$$

- Termini constant de la primera fila:

$$110 - 120 = -10$$

Això ens dóna la matriu reduïda final:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 120 \end{array} \right)$$

Solucions del sistema

L'última matriu indica que:

$$x = -10$$

$$y = 120$$

Interpretació del resultat

Els resultats obtinguts ($x = -10$, $y = 120$) no tenen sentit en el context del problema perquè el nombre de pantalons (x) no pot ser negatiu. Això indica que hi ha un error en les dades proporcionades, especialment en els ingressos reportats.

Conclusions:

- **Ingressos Reals:** Els ingressos reportats de 4200 € amb 110 unitats venudes no coincideixen amb el preu real de les peces. Si fos correcte, el resultat no seria viable en termes pràctics.
- **Dades Incorrectes:** La discrepància entre el resultat obtingut i les expectatives suggereix que la xifra dels ingressos reportats (4200 €) és incorrecta. Si es venen 110 peces, l'ingrés total hauria de ser calculat de manera diferent per obtenir resultats realistes.