

1. El preu d'un vol entre Barcelona i Islàndia és de 500 €. Una companyia aèria té capacitat per a 300 passatgers diaris, però hi ha una determinada època de l'any en què només ven 180 bitllets. Després de fer un estudi de mercat, la companyia s'adona que la relació entre el preu del bitllet i el nombre de passatgers és lineal, de manera que per cada 5 € de descompte en el preu del bitllet aconseguix dos passatgers més.
- a) Si anomenem x el nombre de vegades que s'aplica el descompte, escriuiu la funció que dona els ingressos diaris de la companyia per la venda de bitllets en funció de x .
[1 punt]

Sigui x , el nombre de vegades que s'aplica el descompte de 5 €. La funció que dona els ingressos per la venda de bitllets és el producte entre el preu del bitllet i el nombre de bitllets venuts:

$$I(x) = (500 - 5x) \cdot (180 + 2x) = -10x^2 + 100x + 90\,000$$

- b) A quin preu cal vendre cada bitllet per a obtenir el màxim d'ingressos? Quins ingressos s'obtindran amb aquest preu?
[1,5 punts]

Per trobar el màxim d'ingressos, derivem la funció $I(x)$:

$$I'(x) = -20x + 100.$$

Igualem la deriva a zero i veiem que hi ha un extrem relatiu quan $x = 5$. Veiem que es tracta d'un màxim, perquè la derivada és positiva per a $x < 5$ i és negativa per a $x > 5$.

Per tant, el preu del bitllet per maximitzar els ingressos ha de ser de $500 - 5 \cdot 5 = 475$ €. I, amb aquest preu, els ingressos de la companyia per la venda de bitllets seran de $I(x) = 475 \cdot 190 = 90\,250$ €.