

1. El pal central que sosté la lona de la carpa d'un circ se situa perpendicularment sobre el pla d'un terra l'equació del qual és $\pi: x - z = 6$. Sabem que la cúpula de la carpa (el punt més alt per on passa el pal) és al punt de coordenades $P = (30, 1, 0)$.

a) Calculeu l'equació paramètrica de la recta que conté el pal.

[1 punt]

- a) El pal estarà contingut en la recta que passa pel punt $P = (30, 1, 0)$ i que té per direcció el vector normal al pla del terra $\vec{n} = (1, 0, -1)$.

Per tant, l'equació paramètrica és:

$$r: \begin{cases} x = 30 + k \\ y = 1 \\ z = -k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$$

- b) Calculeu les coordenades del punt de contacte del pal amb el terra, i la longitud del pal.

[1,5 punts]

- b) Necessitem el punt $Q = r \cap \pi$, intersecció de la recta anterior amb el pla del terra. Si substituïm l'equació paramètrica de la recta en l'equació del pla, tenim:

$$30 + k - (-k) = 6 \Rightarrow 30 + 2k = 6 \Rightarrow k = -12.$$

El punt de la base serà: $Q = (18, 1, 12)$.

I la longitud del pal és:

$$\begin{aligned} d(P, Q) &= \|\overrightarrow{PQ}\| = \|Q - P\| = \|(-12, 0, 12)\| = 12 \cdot \|(-1, 0, 1)\| \\ &= 12 \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = 12\sqrt{2} \text{ unitats de longitud} \end{aligned}$$

Observació: aquesta distància també es pot trobar calculant la distància del punt P al pla π .