

1. Una empresa de paqueteria té unes tarifes d'enviaments de paquets que depenen del pes de cada paquet, tot i que no de manera lineal. Volem enviar un paquet a una distància aproximada de 650 km. La informació que ofereix l'empresa al seu web sobre els preus per a enviar un paquet a aquesta distància és la següent:
- si un paquet pesa fins a 2 kg, l'enviament té un cost fix de 30 €;
 - si un paquet pesa més de 2 kg però menys d'11 kg, els primers 2 kg costen 15 €/kg i la resta de kilograms es paguen a 12 €/kg;
 - si un paquet pesa entre 11 i 25 kg, ambdós inclosos, els primers 11 kg costen 13 €/kg i la resta costen 15 €/kg;
 - a partir de 25 kg, cal posar-se en contacte amb l'empresa.
- a) Quant costarà enviar un paquet de 9,5 kg? I un de 13 kg? Trobeu la funció definida a trossos que dona el preu de l'enviament d'un paquet de fins a 25 kg en funció del seu pes i estudeu-ne la continuïtat.
- [1,75 punts]

Si un paquet pesa 9,5 kg estem a la primera opció i, per tant, cal pagar:

$$2 \cdot 15 + 7,5 \cdot 12 = 120 \text{ €}.$$

Si un paquet pesa 13 kg estem en la segona de les opcions i, per tant, es paga:

$$11 \cdot 13 + 2 \cdot 15 = 173 \text{ €}.$$

La funció $f(x)$ que dona el preu en funció del pes és

$$f(x) = \begin{cases} 30 & 0 < x \leq 2 \\ 30 + 12(x - 2) & 2 < x < 11 \\ 143 + 15(x - 11) & 11 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Que simplificada queda

$$f(x) = \begin{cases} 30 & 0 < x \leq 2 \\ 6 + 12x & 2 < x < 11 \\ -22 + 15x & 11 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Hi ha dos punts del domini $x \in (0,25)$ en els que podria haver-hi una discontinuïtat, que són $x = 2$ i $x = 11$.

En el punt $x = 2$ observem que

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 30 \text{ i } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 6 + 12 \cdot 2 = 30$$

i, per tant, la funció és contínua en aquest punt.

En canvi, en el punt $x = 11$ observem que

$$\lim_{x \rightarrow 11^-} f(x) = 6 + 12 \cdot 11 = 138 \text{ i } \lim_{x \rightarrow 11^+} f(x) = -22 + 15 \cdot 11 = 143$$

i, per tant, la funció té una discontinuïtat en aquest punt.

b) Si hem pagat 162 € per un enviament, quant pesava el paquet que hem enviat?
[0,75 punts]

Per saber quants quilos hem enviat busquem l'antiimatge de 162.

Si ens fixem en els límits que hem calculat i que la funció és creixent en els darrers dos trossos de definició observem que el pes ha de ser més gran de 11 kg, per tant buscarem l'antiimatge en aquest tros:

$$-22 + 15x = 162 \rightarrow 15x = 184 \rightarrow x = \frac{184}{15} = 12,27 \text{ kg.}$$

Per tant tenim que el pes del paquet enviat era de 12,27 kg.