

2. Una empresa de mobles disposa de tres fàbriques que produeixen un model de sofà determinat. El mes passat es van fabricar un total de 1.260 unitats d'aquest model i sabem que la segona fàbrica va produir tants sofàs com les altres dues juntes.
- a) Amb aquesta informació, podem determinar quants sofàs va produir cadascuna de les fàbriques? Justifiqueu la resposta. A continuació, calculeu, només amb aquesta informació, quants sofàs va produir la segona fàbrica.
- [1,25 punts]

Anomenarem x, y i z la producció de sofàs del mes passat de la primera, segona i tercera fàbrica, respectivament. Tenim el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 1260 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Utilitzant el mètode de Gauss en l'ordre x, y, z , s'obté el sistema

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1260 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1260 \\ 0 & 2 & 0 & 1260 \end{array} \right)$$

Es tracta d'un sistema compatible indeterminat, ja que només tenim dues equacions i en canvi tenim tres incògnites, i, per tant, no es pot determinar quants sofàs van produir cadascuna de les tres fàbriques. Tanmateix, observem que podem trobar la producció de la segona fàbrica a partir de la segona equació, i obtenim $y = 630$ sofàs.

- b) També sabem que un 10 % dels sofàs produïts per la primera fàbrica, un 30 % dels produïts per la segona i un 20 % dels produïts per la tercera eren de color gris, i que en total es van fabricar 284 sofàs d'aquest color. Trobeu quants sofàs va produir cada fàbrica el mes passat.

[1,25 punts]

Ara tenim el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 1260 \\ x - y + z = 0 \\ 0,1x + 0,3y + 0,2z = 284 \end{cases}$$

Fem un canvi entre la primera i la segona fila i multipliquem l'última fila per 10. S'obté:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y + z = 1260 \\ x + 3y + 2z = 2840 \end{cases}$$

Utilitzant el mètode de Gauss, prenent les variables en l'ordre x, y, z , obtenim la matriu

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1260 \\ 1 & 3 & 2 & 2840 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1260 \\ 0 & 4 & 1 & 2840 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 630 \\ 0 & 0 & 1 & 320 \end{array} \right)$$

Podem concloure que és un sistema compatible determinat. Resolent-lo s'obté la solució $z = 320, y = 630$ i $x = 310$. Així doncs, la primera fàbrica va produir 310 sofàs el mes passat, la segona 630 i la tercera 320.