

2. Una gran pastisseria especialitzada en coques de Sant Joan elabora la massa de les coques amb farina i sucre. A la pastisseria disposen de 60 kg de farina i 30 kg de sucre per a les coques d'enguany i en volen fer de dos tipus: sense farcir i farcides de crema.

Per a elaborar la massa d'una coca sense farcir es necessiten 500 g de farina i 300 g de sucre. Aquest tipus de coca la posen a la venda a 15 €. En canvi, per a elaborar la massa d'una coca farcida de crema es necessiten 400 g de farina i 120 g de sucre. I aquesta altra coca es ven a 25 €.

La pastisseria ja ha tancat el període de comandes anticipades i, un cop comptabilitzades, se sap que com a mínim haurà d'elaborar 60 coques sense farcir i 30 coques farcides de crema. La pastissera en cap vol saber quantes coques de cada tipus hauria d'elaborar i vendre per a obtenir el màxim d'ingressos.

- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]

Denotem per x el nombre de coques sense farcir i per y el nombre de coques farcides de crema. El sistema d'inequacions donat per les restriccions del problema és el següent:

$$\begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 500x + 400y \leq 60000 \\ 300x + 120y \leq 30000 \end{cases} \quad \text{o també} \quad \begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 0,5x + 0,4y \leq 60 \\ 0,3x + 0,12y \leq 30 \end{cases}$$

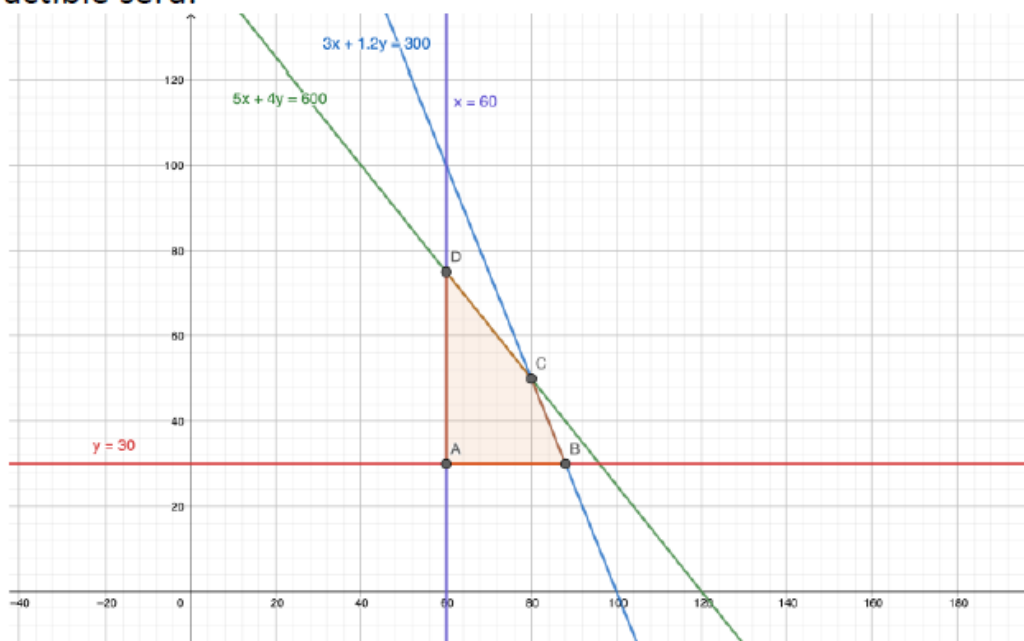
Si simplifiquem el sistema podem treballar amb el següent:

$$\begin{cases} x \geq 60 \\ y \geq 30 \\ 5x + 4y \leq 600 \\ 3x + 1,2y \leq 300 \end{cases}$$

La funció objectiu, que ens dona els ingressos per la venda de les coques, és:

$$F(x, y) = 15x + 25y$$

La regió factible serà:



- b) Determineu quantes coques de cada tipus cal elaborar per a obtenir el màxim d'ingressos i quins seran aquests ingressos. Sobrarà alguna quantitat dels ingredients utilitzats per a elaborar la massa? En cas afirmatiu, de quin ingredient i de quina quantitat es tracta?

[1,25 punts]

Els vèrtexs de la regió factible són: $A(60,30)$, $B(88,30)$, $C(80,50)$ i $D(60,75)$.

Si avaluem la funció objectiu als quatre vèrtexs obtenim:

$$F(A) = 15 \cdot 60 + 25 \cdot 30 = 1650$$

$$F(B) = 15 \cdot 88 + 25 \cdot 30 = 2070$$

$$F(C) = 15 \cdot 80 + 25 \cdot 50 = 2450$$

$$F(D) = 15 \cdot 60 + 25 \cdot 75 = 2775$$

El màxim d'ingressos s'obtenen venent 60 coques sense farcir i 75 coques farcides de crema. En aquest cas, s'ingressen 2775 €.

Calculem la quantitat de sucre i de farina necessaris per veure si en sobra:

$$\text{Farina: } 60 \cdot 0,5 + 75 \cdot 0,4 = 60 \text{ kg}$$

$$\text{Sucre: } 60 \cdot 0,3 + 75 \cdot 0,12 = 27 \text{ kg}$$

Veiem que de farina no en sobra, es gasten els 60 kg dels que es disposava, però de sucre en sobren $30 - 27 = 3$ kg.