

3. En Robert ha fet tres proves d'una assignatura. Fent la mitjana aritmètica de les notes obtingudes en cadascuna de les tres proves li ha quedat una nota global de 6. En Robert sap que la nota de la tercera prova ha estat igual que la mitjana aritmètica de les notes de les altres dues proves.

a) Amb aquesta informació, pot saber alguna de les tres notes? En cas afirmatiu, de quina prova i quina seria la nota obtinguda?

[1,25 punts]

Si anomenem respectivament x , y i z els resultats de cadascuna de les tres proves, podem plantejar el sistema següent:

$$\begin{cases} \frac{x+y+z}{3} = 6 \\ z = \frac{x+y}{2} \end{cases}$$

Escrivint el sistema sense fraccions, i aplicant el mètode de Gauss obtenim:

$$\begin{cases} x+y+z=18 \\ -x-y+2z=0 \end{cases} \xrightarrow{f_1+f_2} \begin{cases} x+y+z=18 \\ 3z=18 \end{cases}$$

Obtenim, per tant, el valor de $z = 6$. Així doncs, la nota de la tercera prova ha estat un 6.

- b) La professora li diu que ha estat molt irregular i que si només es tinguessin en compte les notes de les dues darreres proves hauria obtingut una mitjana de 7. Quina nota ha obtingut en cada prova?

[1,25 punts]

Afegint la nova informació, el sistema queda:

$$\begin{cases} \frac{x+y+z}{3} = 6 \\ z = \frac{x+y}{2} \\ \frac{y+z}{2} = 7 \end{cases}$$

Escrivint el sistema sense fraccions i aplicant el mètode de Gauss, ens queda:

$$\begin{cases} x+y+z=18 \\ -x-y+2z=0 \\ y+z=14 \end{cases} \xrightarrow{f_1+f_2} \begin{cases} x+y+z=18 \\ 3z=18 \\ y+z=14 \end{cases}$$

Com que tenim un sistema esglaonat, podem resoldre'l fàcilment i obtenim $z = 6$, $y = 8$ i $x = 4$.

Així doncs, ha obtingut un 4 a la primera prova, un 8 a la segona i un 6 a la tercera.