

3. Una pagesa contracta un conductor perquè porti un tractor fins a un poble que es troba a 300 km de distància. Sabem que el gasoil que fa servir el tractor costa 1,96 € per litre i que el conductor cobra 14,70 € l'hora. Suposem que el conductor farà tot el trajecte a una velocitat constant i que el consum de gasoil (en litres per hora), en funció de la velocitat x

(en quilòmetres per hora), és donat per la funció $G(x) = 5 + \frac{x^2}{98}$.

- a) Calculeu el temps que el conductor trigarà a fer el viatge i el cost total del viatge si el tractor fa tot el recorregut a 40 km/h (la velocitat màxima permesa per a aquest tipus de vehicle). Comproveu que la funció que dona el cost total del viatge en funció de la

velocitat del tractor es pot expressar com a $C(x) = \frac{7.350}{x} + 6x$.

[1,25 punts]

Si el tractor fa el recorregut a 40 km/h obtenim que el temps que trigarà a fer tot el trajecte és de $\frac{300}{40} = 7,5$ hores. Per tant, el cost total del trajecte sumant les despeses de gasoil i el salari del conductor serà

$$\left(5 + \frac{40^2}{98}\right) \cdot 7,5 \cdot 1,96 + 7,5 \cdot 14,70 = 423,75 \text{ €}$$

Anem ara a buscar la funció que ens dona el cost en funció de la velocitat, en quilòmetres per hora, x :

$$C(x) = \left(5 + \frac{x^2}{98}\right) \cdot \frac{300}{x} \cdot 1,96 + \frac{300}{x} \cdot 14,70 = \frac{7350}{x} + 6x$$

b) Calculeu quina és la velocitat que fa que el cost total del viatge sigui mínim. Quin és aquest cost?

[1,25 punts]

Per trobar el cost més econòmic cal buscar el mínim de la funció $C(x)$.

Comencem calculant la derivada:

$$C'(x) = -\frac{7350}{x^2} + 6$$

Si la igualem a zero obtenim que $x = \pm \sqrt{\frac{7350}{6}} = \pm 35 \text{ km/h}$

Descartem la solució negativa perquè no té sentit en el context del problema i observem que la derivada $C'(x)$ és negativa per a valors inferiors a $x = 35$ i, per tant, la funció $C(x)$ és decreixent, mentre que és positiva per a valors superiors a $x = 35$ i, per tant, la funció $C(x)$ és creixent. Així, doncs, en $x = 35$ hi trobem un mínim local.

El cost a aquesta velocitat serà de

$$C(35) = \frac{7350}{35} + 6 \cdot 35 = 420 \text{ €}$$