

3. En una festa familiar s'han reunit 20 persones. Si comptem el total d'homes i dones junts, observem que n'hi ha el triple que de nens. A més, sabem que, si hi hagués assistit una dona més, el nombre de dones hauria estat igual que el nombre d'homes.

a) Plantegeu un sistema d'equacions per a esbrinar quants homes, quantes dones i quants nens van assistir a la festa.

[0,75 punts]

Denotarem per x, y i z el nombre d'homes, dones i nens, respectivament, que han assistit a la festa. Obtenim el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ x + y = 3z \\ y + 1 = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20 \\ x + y - 3z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

b) Resoleu el sistema de l'apartat anterior i interpreteu-ne el resultat.

[1,75 punts]

El resollem mitjançant el mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 4 & 20 \\ 0 & 2 & 1 & 19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 2 & 1 & 19 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right)$$

Els canvis que hem aplicat en el primer pas han estat $(F1, F2, F3) \rightarrow (F1, F1 - F2, F1 - F3)$. Mentre que en el segon pas hem fet $(F1, F2, F3) \rightarrow (F1, F3, \frac{F2}{4})$.

Deduïm, per tant, que $z = 5$, $2y = 19 - 5$, és a dir, $y = 7$ i, finalment, $x = 20 - 5 - 7$, és a dir, $x = 8$. Per tant, han assistit a la festa 8 homes, 7 dones i 5 nens.