

3. Considereu el punt $P = (-1, 3, 1)$, el pla $\pi: x = y$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$.

a) Trobeu les coordenades del punt P' simètric a P respecte al pla π .

[1,25 punts]

L'equació de la recta perpendicular al pla $x = y$ que passa pel punt $(-1, 3, 1)$ té com a vector director $(1, -1, 0)$, per tant l'equació és:

$$(x, y, z) = (-1, 3, 1) + t(1, -1, 0) = (-1 + t, 3 - t, 1)$$

Fem la intersecció d'aquesta recta amb el pla i trobarem M , el punt mig del segment PP' :

$$x = y \rightarrow -1 + t = 3 - t \rightarrow t = 2; \quad M = (1, 1, 1)$$

$$\text{Finalment, } M = \frac{P+P'}{2} \rightarrow P' = 2M - P = (2 + 1, 2 - 3, 2 - 1) = (3, -1, 1)$$

b) De tots els plans que contenen la recta r , trobeu l'equació cartesiana del que és perpendicular al pla π .

[1,25 punts]

El vector normal al pla que ens demanen és perpendicular a la recta r i també ha de ser perpendicular al pla π . El calculem fent el producte vectorial:

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_1 \rightarrow (1, 1, -5)$$

L'equació del pla és $x + y - 5z + D = 0$ i si imposem que ha de passar pel punt $(1, 0, 2)$ determinem el terme independent D :

$$1 - 10 + D = 0 \rightarrow D = 9$$

Finalment, l'equació del pla demanat és $x + y - 5z + 9 = 0$