

3. Una empresa distribueix dos tipus de paquets a les farmàcies (A i B). El paquet de tipus A conté els productes següents: 5 termòmetres digitals per infrarojos, 30 mascaretes i 10 tests ràpids d'antígens. El paquet de tipus B conté 1 termòmetre digital per infrarojos, 15 mascaretes i 20 tests ràpids d'antígens.

El preu del paquet de tipus A és de 550 € i el del paquet de tipus B és de 200 €. El preu de cada producte és el mateix en els dos tipus de paquets.

- a) Amb les dades de l'enunciat, és possible trobar el preu d'un termòmetre, el d'una mascareta i el d'un test d'antígens? Justifiqueu la resposta plantejant i classificant un sistema d'equacions. Resoleu el sistema deixant la solució en funció del preu del test d'antígens.

[1,75 punts]

Denotem per x el preu d'un termòmetre, per y el preu d'una mascareta i per z el preu d'un test d'antígens. Obtenim el següent sistema d'equacions:

$$\begin{cases} 5x + 30y + 10z = 550 \\ x + 15y + 20z = 200 \end{cases}$$

Aplicant el mètode de Gauss obtenim

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 30 & 10 & 550 \\ 1 & 15 & 20 & 200 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 2 & 110 \\ 1 & 15 & 20 & 200 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 2 & 110 \\ 0 & 9 & 18 & 90 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 2 & 110 \\ 0 & 1 & 2 & 10 \end{array} \right)$$

Observem que hi ha dues files amb algun element diferent de zero, per tant el rang de la matriu del sistema és 2 i el rang de la matriu ampliada també és 2.

Com que el rang de la matriu és 2, el de l'ampliada també és 2 i hi ha 3 incògnites, el sistema és compatible indeterminat, és a dir, té infinites solucions. Per tant, no és possible donar un únic valor al preu del termòmetre, de la mascareta i del test.

Hem arribat a les equacions:

$$\begin{cases} x + 6y + 2z = 110 \\ y + 2z = 10 \end{cases}$$

Si aïllem y de la segona equació obtenim: $y = 10 - 2z$

I substituint a la primera equació

$$x + 6(10 - 2z) + 2z = 110$$

És a dir,

$$x = 50 + 10z$$

Per tant les infinites solucions es poden expressar, en funció del preu del test d'antígens z , com

$$\begin{cases} x = 50 + 10z \\ y = 10 - 2z \\ z = z \end{cases}$$

- b) Si un test d'antígens costa 4 €, quin serà el preu d'una mascareta? I el d'un termòmetre?

[0,75 punts]

Si el preu del test d'antígens és de 4 €, tenim:

$$x = 50 + 10 \cdot 4 = 90$$

$$y = 10 - 2 \cdot 4 = 2$$

És a dir, el termòmetre té un preu de 90 € i la mascareta val 2 €.