

4. Supposeu que la temperatura de l'aigua del mar en una zona concreta és donada per

la funció  $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}$ , en què  $x$  representa la fondària en metres negatius (per exem-

ple,  $f(-5)$  representa el valor de la temperatura de l'aigua en graus Celsius a 5 metres de profunditat).

a) Quina és la temperatura de l'aigua a la superfície? A quines profunditats la temperatura és de zero graus? Cap a quin valor tendeix la temperatura quan baixem a molta profunditat?

[1,25 punts]

La temperatura de l'aigua a la superfície serà de  $f(0) = 1$  grau centígrad. Per saber a quines profunditats la temperatura és de zero graus hem de resoldre l'equació  $f(x) = 0$ . Obtenim  $x^2 + 5x + 4 = 0$  que té dues solucions,  $x = -4$  i  $x = -1$ . Per tant la temperatura serà de zero graus a 1 metre i a 4 metres de profunditat.

Per obtenir la temperatura a molta profunditat calculem el límit següent:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4} = 1.$$

Per tant, la temperatura límit a molta profunditat serà d'un grau centígrad.

b) Calculeu a quina fondària la temperatura és més baixa i quin és el valor d'aquesta temperatura mínima.

[1,25 punts]

Per calcular a quina fondària s'obté la temperatura mínima comencem calculant la

derivada  $f'(x) = \frac{(2x+5)(x^2+4) - 2x(x^2+5x+4)}{(x^2+4)^2} = \frac{-5x^2+20}{(x^2+4)^2}$ . Si igualem la derivada a zero,

$f'(x) = 0$ , veiem que la derivada s'anul·la en  $x = 2$  i  $x = -2$ . Per la naturalesa del problema només té sentit  $x = -2$ . Es tracta d'un mínim perquè la derivada és negativa abans del punt  $x = -2$  i es positiva entre  $x = -2$  i  $x = 2$ .

Si calculem  $f(-2) = -\frac{1}{4}$ , obtenim que la temperatura mínima s'obté a dos metres de profunditat i la temperatura mínima és de  $-\frac{1}{4}$  de grau centígrad.