

4. El cost anual de la neteja de les instal·lacions d'una empresa que va obrir fa 20 anys, expressat en centenars d'euros, és donat per la funció

$$C(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{10} + 10, & \text{si } t \in [0, 10] \\ 28 - \frac{(t-14)^2}{2}, & \text{si } t \in (10, 20] \end{cases}$$

en què t és el temps expressat en anys.

- a) Quin va ser el cost de la neteja de l'empresa en el moment d'obrir? I al cap de 10 anys de funcionament? Comproveu que en aquest punt la funció és contínua. Quin és el cost de la neteja de l'empresa al cap de 20 anys de funcionament?

[1,25 punts]

En el moment d'obrir l'empresa $C(0) = 10$, per tant el cost de la neteja de l'empresa en el moment d'obrir era de 10 centenars d'euros, és a dir, 1000 euros. Quan $t = 10$ observem que la funció és contínua i que tant per l'esquerra com per la dreta obtenim que el cost de la neteja de les instal·lacions als 10 anys és de 20 centenars d'euros, és a dir, de 2000 euros:

$$C(10) = \frac{10^2}{10} + 10 = 20.$$

Mentre que el límit quan t tendeix a 10 per la dreta és

$$28 - \frac{(10-14)^2}{2} = 20.$$

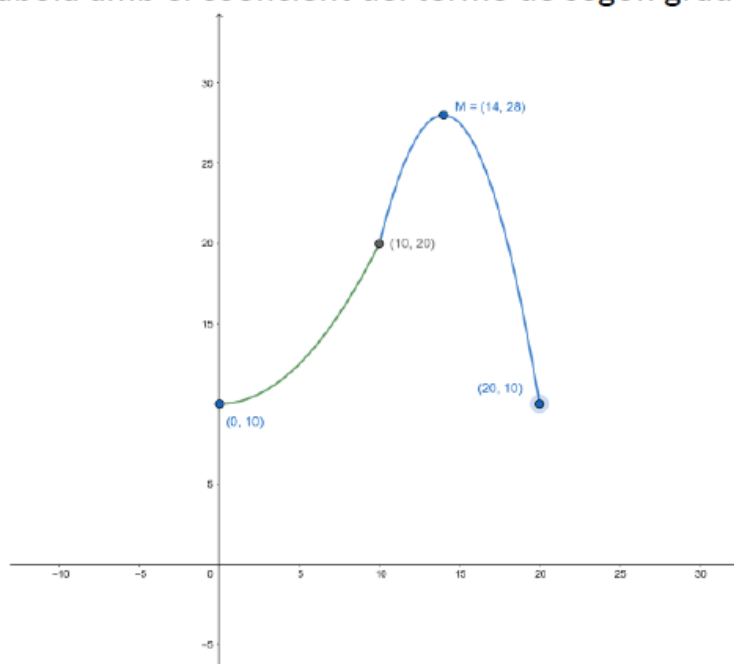
Pel que fa als 20 anys obtenim

$$C(20) = 28 - \frac{(20-14)^2}{2} = 10$$

i, per tant, el cost de la neteja de l'empresa als 20 anys de funcionament fou de 10 centenars d'euros, és a dir, 1000 euros.

- b) Representeu gràficament la funció $C(t)$. En quin moment el cost de la neteja de l'empresa va ser màxim?
[1,25 punts]

- b) Observem que es tracta d'una funció definida a trossos. En l'interval $[0,10]$ es tracta d'una paràbola creixent en l'interval $[0,10]$ atès que el coeficient del terme de segon grau és positiu i que té el mínim en el punt d'abscissa 0.
En l'interval $[10,20]$ la funció assoleix el màxim en el seu vèrtex, $M = (14,28)$, atès que és una paràbola amb el coeficient del terme de segon grau negatiu.



Per saber en quin moment el cost de la neteja de l'empresa va ser màxim podem utilitzar la gràfic de la funció. Veiem que el cost de la neteja va ser màxim en el catorzè any i aquest cost màxim va ser de 28 centenars d'euros, és a dir, 2800 euros.