

5. El nombre de kilograms de menjar que han gastat en un alberg d'animals durant una setmana concreta es pot calcular mitjançant la funció $f(t) = 10 \left(-\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10 \right)$, en què t és el temps en dies i va des del dia $t = 1$ (dilluns) fins al dia $t = 8$ (dilluns de la setmana següent).
- a) Calculeu quants kilograms de menjar es van gastar el primer dilluns i el dilluns següent. Trobeu quin dia d'aquella setmana es van gastar 100 kg de menjar.
[1 punt]

- a) Comencem calculant els quilos de menjar que es van gastar els dos dilluns:

$$f(1) = 10 \left(-\frac{1^3}{8} + \frac{3 \cdot 1^2}{2} - \frac{9 \cdot 1}{2} + 10 \right) = \frac{550}{8} = \frac{275}{4} = 68,75 \text{ kg}$$

$$f(8) = 10 \left(-\frac{8^3}{8} + \frac{3 \cdot 8^2}{2} - \frac{9 \cdot 8}{2} + 10 \right) = 60 \text{ kg}$$

Ara hem de trobar quin dia es van gastar 100 kg de menjar:

$$10 \left(-\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10 \right) = 100 \rightarrow -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10 = 10$$

$$\rightarrow -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} = 0 \rightarrow -t^3 + 12t^2 - 36t = 0$$

$$\rightarrow -t(t^2 - 12t + 36) = 0 \rightarrow -t(t - 6)^2 = 0 \rightarrow t = 0 \text{ i } t = 6$$

Com que $t = 0$ no és del domini d'aquesta funció, la solució és $t = 6$, és a dir, el dissabte es van gastar 100 kg de menjar.

- b) Determineu els dies de la setmana en què la despesa en menjar va ser més gran i els dies en què va ser més petita. Quants kilograms de menjar es van gastar aquests dies?
[1,5 punts]

b) Per buscar els extrems relatius de $f(t)$, cal igualar a zero la derivada:

$$f'(t) = 10 \left(-\frac{3t^2}{8} + 3t - \frac{9}{2} \right) = 0 \rightarrow 3t^2 - 24t + 36 = 0 \rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \rightarrow$$

$$(t - 6) \cdot (t - 2) = 0 \rightarrow t = 6 \text{ i } t = 2$$

Ara cal comprovar quin és el màxim i quin és el mínim:

	1	(1, 2)	2	(2, 6)	6	(6, 8)	8
$f'(t)$		-	0	+	0	-	
$f(t)$	68,75 kg	Decreix.	Mínim (2, 60)	Creix.	Màxim (6, 100)	Decreix.	60 kg

$$f(2) = 10 \left(-\frac{2^3}{8} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} - \frac{9 \cdot 2}{2} + 10 \right) = 60 \text{ kg}.$$

Els dies que la despesa en menjar va ser més petita són el dia 2 (dimarts) i el dia 8 (dilluns de l'altra setmana), amb 60 kg, i el dia que es va gastar més menjar va ser el dia 6 (dissabte), amb 100 kg.