

5. En una cafeteria, al migdia, ofereixen la possibilitat d'escollir entre el menú del dia (opció A1) o un plat combinat (opció A2). Alguns clients també prenen cafè (opció B1) i d'altres no (opció B2). Si seleccionem un client de la cafeteria a l'atzar, la probabilitat que esculli el menú del dia és de 0,6 i la probabilitat que esculli un plat combinat és de 0,4. D'altra banda, la probabilitat que prengui cafè si escull el menú del dia és de 0,75, mentre que la probabilitat que prengui cafè si escull un plat combinat és de 0,5.

a) Quina és la probabilitat que el client prengui cafè?

[1,25 punts]

Considerem els esdeveniments:

A_1 = el client escull el menú del dia

A_2 = el client escull un plat combinat

B_1 = el client pren cafè

Sabem que $P(A_1) = 0,6$ i que $P(A_2) = 0,4$. Sabem també que $P(B_1|A_1) = 0,75$ i que $P(B_1|A_2) = 0,5$.

Aplicant la fórmula de les probabilitats totals tenim que

$$P(B_1) = P(B_1 \cap A_1) + P(B_1 \cap A_2) = P(B_1|A_1)P(A_1) + P(B_1|A_2)P(A_2).$$

Per tant,

$$P(B_1) = 0,75 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,65.$$

La probabilitat que el client prengui cafè és de 0,65.

- b) Quina és la probabilitat que hagi escollit el menú del dia si sabem que ha pres cafè?

[1,25 punts]

Aplicant la fórmula de la probabilitat condicionada i la fórmula de Bayes,

$$P(A_1|B_1) = \frac{P(A_1 \cap B_1)}{P(B_1)} = \frac{P(B_1|A_1)P(A_1)}{P(B_1)} = \frac{0,75 \cdot 0,6}{0,65} = 0,6923.$$

La probabilitat que hagi escollit el menú del dia si sabem que ha pres cafè és de 0,6923.