

P6. — Un estudi de mercat indica que uns clients determinats tenen un 7% de probabilitats de comprar un producte A , i un 10% de probabilitats de comprar un producte B .

- a) Si la probabilitat de “comprar A i no comprar B ” és d’un 6%, són els esdeveniments “comprar A ” i “comprar B ” independents? (5 pt)

Probabilitats donades

- Probabilitat de comprar el producte A : $P(A) = 0,07$
- Probabilitat de comprar el producte B : $P(B) = 0,10$
- Probabilitat de “comprar A i no comprar B ”: $P(A \cap B^c) = 0,06$

Càlcul de $P(A \cap B)$

Utilitzem la fórmula de la probabilitat de la unió per a esdeveniments A i B :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$

Substituïm els valors:

$$0,07 = P(A \cap B) + 0,06$$

Resolem per $P(A \cap B)$:

$$P(A \cap B) = 0,07 - 0,06 = 0,01$$

Verificació de la independència

Els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" són independents si:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Calculant el producte de les probabilitats individuals:

$$P(A) \cdot P(B) = 0,07 \cdot 0,10 = 0,007$$

Comprovem si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$:

$$0,01 \neq 0,007$$

Resposta

Els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" **no són independents**.

No, els esdeveniments no són independents.

- b) Si els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" fossin independents, què seria major: la probabilitat de "no comprar A"; o la probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B"? (5 pt)

Per determinar quina probabilitat és major, comparem dues probabilitats:

1. La probabilitat de "no comprar A".
2. La probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B", assumint que els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" són independents.

1. Probabilitat de "no comprar A"

La probabilitat de "no comprar A" es calcula com:

$$P(\text{no } A) = 1 - P(A)$$

On $P(A) = 0,07$:

$$P(\text{no } A) = 1 - 0,07 = 0,93$$

2. Probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B"

Si els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" són independents, la probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B" es calcula utilitzant la probabilitat condicional:

$$P(\text{no } A \mid B) = \frac{P(\text{no } A \cap B)}{P(B)}$$

Per a calcular $P(\text{no } A \cap B)$:

$$P(\text{no } A \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

Sabem que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ si els esdeveniments són independents:

$$P(A \cap B) = 0,07 \cdot 0,10 = 0,007$$

Així:

$$P(\text{no } A \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,10 - 0,007 = 0,093$$

Per tant:

$$P(\text{no } A \mid B) = \frac{P(\text{no } A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,093}{0,10} = 0,93$$

Comparació

Tots dos càlculs de probabilitats donen el mateix valor:

- Probabilitat de "no comprar A": 0,93
- Probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B": 0,93

Resposta

Si els esdeveniments "comprar A" i "comprar B" fossin independents, la probabilitat de "no comprar A" és igual a la probabilitat de "no comprar A, sabent que s'ha comprat B". Per tant, cap d'aquestes probabilitats seria major que l'altra.

Amb independència, les dues probabilitats són iguals.