

6. Considereu la funció $f(x) = px^3 - 4x^2 + 7px - 18$.

a) Calculeu quin ha de ser el valor del paràmetre p perquè les rectes tangents a la corba en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 3$ siguin paral·leles.

[1,25 punts]

Calculem la funció derivada: $f'(x) = 3px^2 - 8x + 7p$. Perquè les rectes siguin paral·leles cal que tinguin el mateix pendent. D'una banda, el pendent de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 1$ és $f'(1) = 3p - 8 + 7p = 10p - 8$. D'altra banda, el pendent de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 3$ és $f'(3) = 27p - 24 + 7p = 34p - 24$.

Si igualem les expressions dels dos pendents obtenim $10p - 8 = 34p - 24$ i obtenim que, perquè siguin iguals, cal que $p = \frac{2}{3}$.

b) Escriviu l'equació de la recta tangent al punt d'abscissa $x = 3$ per al valor de $p = 2$.

[1,25 punts]

L'equació tangent és de la forma:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

L'ordenada corresponent al punt d'abscissa $x_0 = 3$ és

$$y_0 = f(3) = 2 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 7 \cdot 2 \cdot 3 - 18 = 42$$

El pendent ve donat per

$$m = f'(3) = 3 \cdot 2 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 44$$

I, per tant, l'equació de la recta tangent que busquem és $y - 42 = 44(x - 3)$, és a dir, $y = 44x - 90$.