

6. Volem saber el percentatge de persones que estarien a favor de la construcció d'un poliesportiu municipal en una població determinada. Prenem una mostra aleatòria de 350 persones, 218 de les quals es manifesten a favor de la proposta i la resta, en contra.

a) Doneu l'estimació puntual de la proporció i del percentatge de persones que estan a favor de la construcció del poliesportiu.

[1 punt]

La mida de la mostra és $n = 350$. L'estimació puntual de la proporció de persones que està a favor de la proposta és

$$\hat{p} = \frac{218}{350} = 0,6229.$$

L'estimació puntual de la proporció de persones a favor de la proposta és de 0,6229, és a dir, un 62,29%.

- b) Escriviu un interval de confiança del 95 % per al percentatge de persones que estan a favor de la construcció del poliesportiu en aquesta població.

NOTA: Recordeu que, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$. Recordeu també que, per a mostres grans, l'interval de confiança per a una proporció amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$

és donat per
$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right].$$

[1,5 punts]

Quan la mida de la mostra és gran, l'interval de confiança per a una proporció amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$ s'obté a partir de la fórmula

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right],$$

en què, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-z_\gamma \leq Z \leq z_\gamma) = \gamma$.

Per tant tenim que els extrems de l'interval són

$$\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,6229 - 1,96 \sqrt{\frac{0,6229(1-0,6229)}{350}} = 0,5721$$

i

$$\hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,6229 + 1,96 \sqrt{\frac{0,6229(1-0,6229)}{350}} = 0,6737$$

L'interval de confiança demanat és [57,21% , 67,37%], és a dir, el percentatge de persones que està a favor de la proposta està entre el 57,21% i el 67,37% amb una confiança del 95%.