

6. Considereu la funció real de variable real $f(x) = 4x^3 + ax^2 - 2$.

a) Determineu el valor del paràmetre real a per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$.

[1,25 punts]

Comencem calculant la derivada $f'(x) = 12x^2 + 2ax$. Si en el punt d'abscissa $x = -1$ hi ha un extrem relatiu, sabem que la derivada en aquest punt ha de ser zero. Per tant $f'(-1) = 12(-1)^2 + 2a(-1) = 0 \rightarrow 12 - 2a = 0 \rightarrow a = 6$.

Per tant, obtenim que el paràmetre $a = 6$.

b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$ quan $a = 12$. Indiqueu també els punts en què hi ha extrems relatius i classifiqueu-los.

[1,25 punts]

Tenim ara $f(x) = 4x^3 + 12x^2 - 2$. Comencem calculant la derivada: $f'(x) = 12x^2 + 24x = 12x(x + 2)$. Si la igualem a zero obtenim dues solucions $x = -2$ i $x = 0$.

Per tant, tenim que:

	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	funció creixent	màxim	funció decreixent	mínim	funció creixent

Observem que $f(-2) = 14$ i $f(0) = -2$.

Així doncs, la funció és creixent en els intervals $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ i és decreixent en l'interval $(-2, 0)$. D'altra banda, té un màxim relatiu en el punt $(-2, 14)$ i un mínim relatiu en el punt $(0, -2)$.