

6. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, en què a és un nombre real.

a) Calculeu A^2 , A^3 i A^4 .

[1,25 punts]

Calculem les matrius que ens demanen:

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 2a & a^2 \end{pmatrix},$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 2a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^3 & 0 \\ 3a^2 & a^3 \end{pmatrix} \quad \text{i}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} a^3 & 0 \\ 3a^2 & a^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^4 & 0 \\ 4a^3 & a^4 \end{pmatrix}.$$

b) Deduïu quant valdrà la matriu A^{100} .

[1,25 punts]

Deduïm doncs que en general $A^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ na^{n-1} & a^n \end{pmatrix}$ i per tant,

$$A^{100} = \begin{pmatrix} a^{100} & 0 \\ 100a^{99} & a^{100} \end{pmatrix}.$$