

6. Resoleu les dues qüestions següents:

a) Sigui $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + p$ una funció que té dos extrems relatius en $x = -3$ i en $x = 1$ i que passa pel punt $(3, 4)$. Calculeu els valors de m , n i p .

[1,25 punts]

Com que té un extrem relatiu en $x = -3$ i en $x = 1$, sabem que $f'(-3) = f'(1) = 0$.

$f'(x) = 6x^2 + 2mx + n$. Aleshores tenim que:

$$f'(-3) = 54 - 6m + n = 0$$

$$f'(1) = 6 + 2m + n = 0.$$

Resolent el sistema, obtenim que $m = 6$ i que $n = -18$.

D'aquesta manera sabem que $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x + p$.

Per a trobar la p , utilitzarem que $f(3) = 4$.

$$\text{Per tant, } f(3) = 54 + 54 - 54 + p = 4.$$

Aleshores, $p = -50$.

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ en $x = -3$.
[1,25 punts]

Calculem $f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$ i obtenim que per $x = -3$, $f'(-3) = -2/4 = -1/2$ que serà el pendent de la recta tangent.

Ara busquem el punt per on passarà que serà $(-3, f(-3)) = (-3, -2)$.

La recta tangent serà $y + 2 = -1/2 (x + 3)$. L'equació serà $y = -x/2 - 7/2$