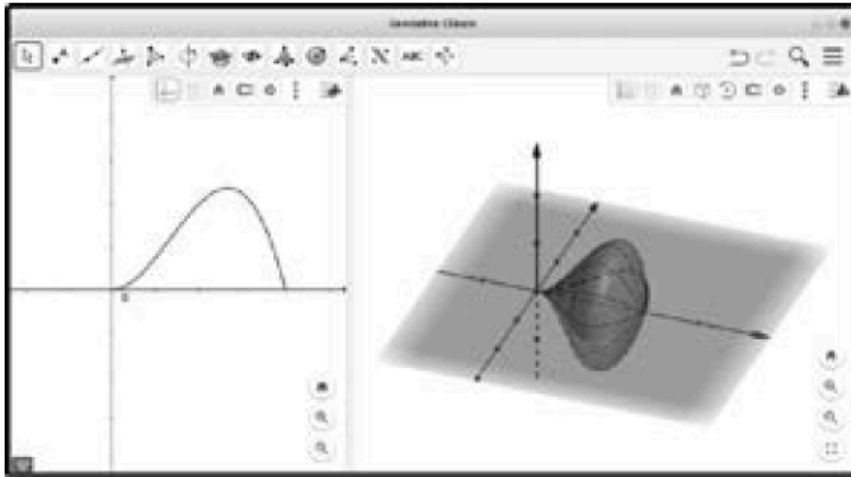


6. Una jove emprenedora vol crear una empresa de baldufes, que té pensat d'imprimir amb una impressora 3D a partir d'un disseny matemàtic fet amb el programa GeoGebra. Per a fer-ho, fa girar el perfil de la funció $f(x) = -x^3 + 2x^2$ al voltant de l'eix de les abscisses entre els dos punts de tall amb aquest eix, i així obté una baldufa tombada. Les unitats estan expressades en centímetres.



- a) Quina serà l'alçària de la baldufa? Observeu que per a obtenir-la heu de calcular la distància entre els dos punts de tall amb l'eix de les abscisses.

[1 punt]

Tenint en compte que la baldufa es dissenya tombada, per calcular l'alçària sols cal trobar la distància entre els dos punts de tall a l'eix d'abscisses. Per tant, hem de resoldre l'equació:

$$-x^3 + 2x^2 = 0$$

Traient factor comú veiem que $x^2(-x + 2) = 0$ i veiem que $x = 0$ és una arrel doble i $x = 2$ una simple, amb la qual cosa podem constatar que està imprimint una petita baldufa de 2 cm d'alçària.

- b) Quina serà l'amplària de la baldufa? Observeu que l'amplària correspon al doble del valor que pren la funció en el màxim que hi ha entre els dos punts de tall amb l'eix de les abscisses.

[1,5 punts]

Per calcular l'amplària hem de trobar els extrems relatius. Comencem calculant la derivada

$$f'(x) = -3x^2 + 4x$$

La igualem a zero i traient factor comú. Tenim que

$$x(-3x + 4) = 0$$

I, per tant, obtenim les arrels $x = 0$, que correspon a l'arrel doble de la funció, i

$x = \frac{4}{3}$ que correspon a un extrem relatiu, l'ordenada d'aquest extrem serà

$$f(x) = -\left(\frac{4}{3}\right)^3 + 2\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{32}{27}$$

I, per tant l'amplària de la baldufa és de

$$2 \cdot \frac{32}{27} = \frac{64}{27} \simeq 2,37 \text{ cm}$$

