

6. Es vol saber el temps mitjà, en minuts, que l'alumnat d'un institut passa diàriament connectat a una xarxa social determinada. S'ha seleccionat una mostra de 175 estudiants i se'ls ha demanat aquesta dada. En aquesta mostra s'ha obtingut una mitjana de 90 minuts, amb una desviació típica de 7 minuts.

NOTA: Per a resoldre aquest problema, recordeu que, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$. Recordeu també que l'interval de confiança per a la mitjana amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$ quan la variància σ^2 és desconeguda i la mostra és gran és donat per

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right].$$

- a) Construïu un interval de confiança del 95 % per al temps mitjà que l'alumnat passa diàriament connectat a aquesta xarxa social.

[1 punt]

Tenim una mostra de mida $n = 175$. Sabem que l'estimació puntual de la mitjana a partir de la mostra és $\bar{x} = 90$ i que la desviació típica mostral és $S = 7$.

L'interval de confiança per a la mitjana amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$, quan la variància σ^2 és desconeguda i la mostra és gran ($n \geq 30$) s'obté a partir de la fórmula

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \right],$$

en què, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-z_\gamma \leq Z \leq z_\gamma) = \gamma$.

Per tant tenim que els extrems de l'interval són

$$\bar{x} - z_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} = 90 - 1,96 \frac{7}{\sqrt{175}} = 88,9629$$

i

$$\bar{x} + z_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} = 90 + 1,96 \frac{7}{\sqrt{175}} = 91,0371$$

L'interval de confiança demanat és $[88,9629, 91,0371]$.

- b)** Construïu un interval de confiança del 99 % per al temps mitjà que l'alumnat passa diàriament connectat a aquesta xarxa social. Expliqueu per què aquest interval i el de l'apartat anterior són diferents i quina informació ens dona exactament cada un.
[1,5 punts]

Amb una confiança del 99% els extrems de l'interval seran

$$\bar{x} - z_{\gamma} \frac{S}{\sqrt{n}} = 90 - 2,58 \frac{7}{\sqrt{175}} = 88,6348$$

i

$$\bar{x} + z_{\gamma} \frac{S}{\sqrt{n}} = 90 + 2,58 \frac{7}{\sqrt{175}} = 91,3652$$

L'interval de confiança demanat és [88,6348 , 91,3652].

Els dos intervals són diferents perquè els nivells de confiança són diferents. Com és natural, en el segon cas que el nivell de confiança és més gran, l'interval que obtenim és també més gran. Tenim una confiança més gran que el valor real de la mitjana estarà entre els dos valors obtinguts però l'interval és més gran.