

P8. — Segons l'Institut Nacional d'Estadística (INE), l'esperança de vida d'una persona nascuda el 2020 és de 79.6 anys per als homes i de 83.6 anys per a les dones. Suposem també que el nombre d'anys que viurà una persona nascuda el 2020 té una desviació típica de $\sigma = 10$ anys tant per als homes com per a les dones.

- a) Quina és la probabilitat que un home nascut el 2020 visqui més de 60 anys? I que visqui entre 60 i 70 anys? (6 pt)

a) Probabilitat que un home visqui més de 60 anys

1. Convertir el valor a una variable normal estàndard Z :

$$Z = \frac{60-79,6}{10} = -1,96$$

2. Utilitzar la simetria de la normal estàndard:

Per trobar la probabilitat que $Z > -1,96$, utilitzarem la taula normal per a valors positius. La taula normal ens dóna la probabilitat acumulada $P(Z \leq 1,96)$ per a valors positius.

$$P(Z \leq -1,96) = 1 - P(Z \leq 1,96)$$

Segons la taula normal, $P(Z \leq 1,96) \approx 0,975$. Així:

$$P(Z \leq -1,96) = 1 - 0,975$$

$$P(Z \leq -1,96) = 0,025$$

La probabilitat que $Z > -1,96$ és:

$$P(Z > -1,96) = 1 - P(Z \leq -1,96)$$

$$P(Z > -1,96) = 1 - 0,025$$

$$P(Z > -1,96) = 0,975$$

Per tant, la probabilitat que un home visqui més de 60 anys és **0,975** o **97,5%**.

b) Probabilitat que un home visqui entre 60 i 70 anys

1. Convertir els valors a la variable normal estàndard Z :

- Per a 60 anys:

$$Z_1 = \frac{60-79,6}{10} = -1,96$$

- Per a 70 anys:

$$Z_2 = \frac{70-79,6}{10} = -0,96$$

2. Utilitzar la taula normal per a valors positius:

- Trobar la probabilitat acumulada per $Z \leq -0,96$:

$$P(Z \leq -0,96) = 1 - P(Z \leq 0,96)$$

Segons la taula normal, $P(Z \leq 0,96) \approx 0,8315$. Així:

$$P(Z \leq -0,96) = 1 - 0,8315$$

$$P(Z \leq -0,96) = 0,1685$$

- La probabilitat que X estigui entre 60 i 70 anys és:

$$P(60 < X < 70) = P(Z \leq -0,96) - P(Z \leq -1,96)$$

$$P(60 < X < 70) = 0,1685 - 0,025$$

$$P(60 < X < 70) = 0,1435$$

Per tant, la probabilitat que un home visqui entre 60 i 70 anys és **0,1435** o **14,35%**.

- b) Què és més probable: que un home nascut el 2020 visqui més de 89.6 anys; o que una dona nascuda el 2020 visqui més de 93.6 anys? (4 pt)

Per comparar quina de les dues situacions és més probable, calculem les probabilitats que un home o una dona visqui més dels respectius anys indicats. Utilitzarem el model de distribució normal per a cada cas, amb les mitjanes i desviacions típiques proporcionades:

Paràmetres

1. Homes:

- Mitjana (μ_H): 79,6 anys
- Desviació típica (σ_H): 10 anys

2. Dones:

- Mitjana (μ_D): 83,6 anys
- Desviació típica (σ_D): 10 anys

a) Probabilitat que un home visqui més de 89,6 anys

1. Convertir el valor 89,6 anys a la variable normal estàndard Z per als homes:

$$Z_H = \frac{89,6 - 79,6}{10}$$

$$Z_H = \frac{10}{10}$$

$$Z_H = 1$$

2. Trobar la probabilitat que $Z_H > 1$:

Utilitzem la taula normal per a valors positius. La probabilitat acumulada $P(Z \leq 1)$ és aproximadament 0,8413. Així:

$$P(Z_H > 1) = 1 - P(Z_H \leq 1)$$

$$P(Z_H > 1) = 1 - 0,8413$$

$$P(Z_H > 1) = 0,1587$$

Per tant, la probabilitat que un home visqui més de 89,6 anys és **0,1587** o **15,87%**.

b) Probabilitat que una dona visqui més de 93,6 anys

1. Convertir el valor 93,6 anys a la variable normal estàndard Z per a les dones:

$$Z_D = \frac{93,6 - 83,6}{10}$$

$$Z_D = \frac{10}{10}$$

$$Z_D = 1$$

2. Trobar la probabilitat que $Z_D > 1$:

Utilitzem la taula normal per a valors positius. La probabilitat acumulada $P(Z \leq 1)$ és aproximadament 0,8413. Així:

$$P(Z_D > 1) = 1 - P(Z_D \leq 1)$$

$$P(Z_D > 1) = 1 - 0,8413$$

$$P(Z_D > 1) = 0,1587$$

Per tant, la probabilitat que una dona visqui més de 93,6 anys és **0,1587** o **15,87%**.

Comparació

- Probabilitat que un home visqui més de 89,6 anys: 0,1587 o 15,87%
- Probabilitat que una dona visqui més de 93,6 anys: 0,1587 o 15,87%

Ambdues probabilitats són iguals. Per tant, **ambdues situacions són igual de probables**.