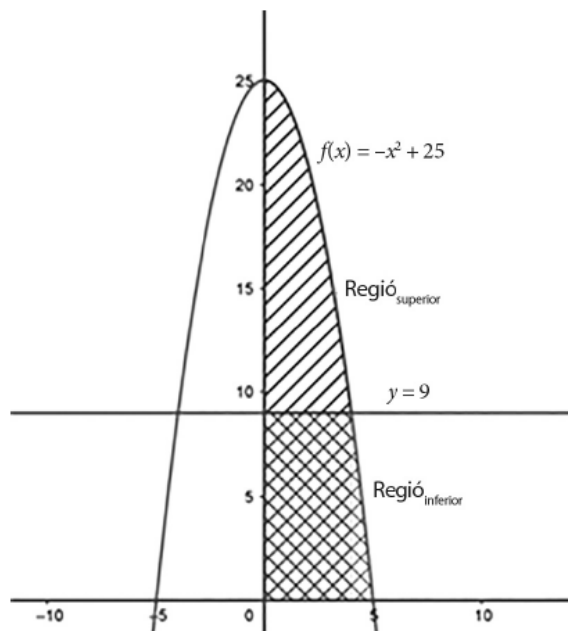


OPCIÓ A

La vela major d'un veler té forma semiparabòlica i està delimitada per les gràfiques de $f(x) = -x^2 + 25$, $y = 0$ i $x = 0$, tal com s'indica a la figura següent:



La vela té dues parts separades per la recta $y = 9$. Per a construir-la, s'emptra un teixit de niló a la part superior, que costa 50 €/u², i un teixit de polièster a la part inferior, que costa 70 €/u². Calculeu el cost total del material que es necessita per a construir aquesta vela.

[2,5 punts]

4. OPCIÓ A. La vela ocupa la regió compresa entre les corbes $y = 0$, $x = 0$, i $y = -x^2 + 25$. Per calcular el cost total, caldrà calcular separatament l'àrea de la regió superior i l'àrea de la regió inferior i multiplicar-les cadascuna pel preu del material respectiu (niló o polièster).

Trobem primer els punts de tall entre les funcions involucrades: el punt de tall de $y = -x^2 + 25$ amb la part positiva de l'eix d'abscisses és:

$$y = 0 \rightarrow -x^2 + 25 = 0 \rightarrow x = 5.$$

L'abscissa positiva del punt de tall entre les corbes $y = -x^2 + 25$ i $y = 9$ és

$$-x^2 + 25 = 9 \rightarrow -x^2 = -16 \rightarrow x = 4.$$

L'àrea total sota la corba $y = -x^2 + 25$ entre els extrems $x = 0$ i $x = 5$ és

$$A_{total} = \int_0^5 (-x^2 + 25) dx = \left[\frac{-x^3}{3} + 25x \right]_0^5 = \frac{-125}{3} + 125 - 0 = \frac{250}{3} u^2.$$

L'àrea de la regió inferior és:

$$\begin{aligned} A_{inf} &= \int_0^4 9 dx + \int_4^5 (-x^2 + 25) dx = 9 \cdot 4 + \left[\frac{-x^3}{3} + 25x \right]_4^5 = \\ &= 36 + \left(-\frac{125}{3} + 125 \right) - \left(-\frac{64}{3} + 100 \right) = 36 + \frac{14}{3} = \frac{122}{3} u^2. \end{aligned}$$

Finalment, l'àrea de la regió superior és la diferència:

$$A_{sup} = A_{total} - A_{inf} = \frac{250}{3} - \frac{122}{3} = \frac{128}{3} u^2.$$

Així doncs, el cost total de la vela serà:

$$\frac{128}{3} u^2 \cdot 50 \text{ €/}u^2 + \frac{122}{3} u^2 \cdot 70 \text{ €/}u^2 = \frac{6.400 + 8.540}{3} \text{ €} = 4.980 \text{ €}.$$