

Exercici 4

Al Congrés Català d'Educació Matemàtica (C2EM), que se celebrarà a Lleida el proper mes de juliol, hi assistiran docents d'universitat, d'educació secundària i d'educació infantil i primària.

A hores d'ara, un 10 % dels docents inscrits són d'universitat, un 50 % són de secundària i la resta són d'infantil i primària. D'altra banda, un 40 % dels docents inscrits d'universitat, un 52 % dels docents inscrits de secundària i un 65 % dels docents inscrits d'infantil i primària són dones.

OPCIÓ A

- a) Calculeu la probabilitat que una persona escollida a l'atzar d'entre tots els inscrits sigui una dona. Si d'entre totes les dones inscrites n'escollim una a l'atzar, quina probabilitat hi ha que sigui docent de secundària?

[1,25 punts]

4.

OPCIÓ A

- a) Considerem els esdeveniments

A = la persona inscrita al congrés és una dona

U = la persona inscrita al congrés és docent d'universitat

S = la persona inscrita al congrés és docent de secundària

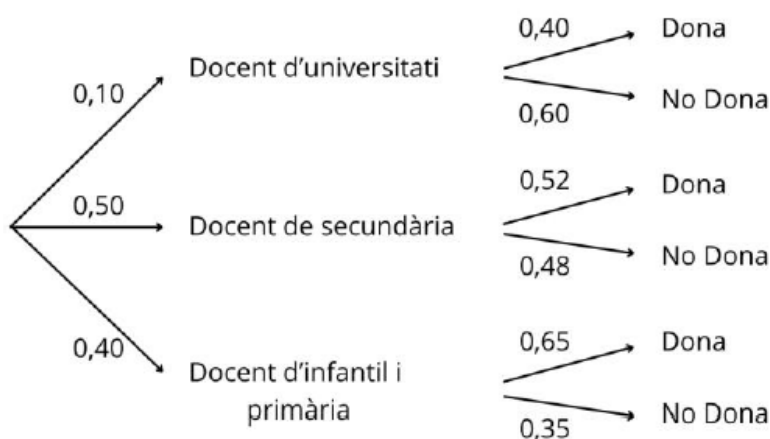
I = la persona inscrita al congrés és docent d'infantil o primària

De l'enunciat del problema sabem que $P(U) = 0,1$, $P(S) = 0,5$ i $P(I) = 0,4$.
Sabem també que $P(A|U) = 0,4$, $P(A|S) = 0,52$ i $P(A|I) = 0,65$.

Aleshores, per la fórmula de les probabilitats totals,

$$P(A) = P(A \cap U) + P(A \cap S) + P(A \cap I) = P(U) \cdot P(A|U) + P(S) \cdot P(A|S) + P(I) \cdot P(A|I) = 0,1 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,52 + 0,4 \cdot 0,65 = 0,56.$$

També es pot resoldre el problema a través d'un diagrama d'arbre



i realitzaríem el mateix càlcul. Així doncs, la probabilitat que sigui una dona és de 0,56.

Ara ens demanen que calculem la probabilitat que la persona inscrita sigui docent de secundària si sabem que és una dona. Per tant,

$$P(S|A) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)} = \frac{P(S) \cdot P(A|S)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,52}{0,56} = 0,4643.$$

Així doncs, si escollim una dona inscrita a l'atzar, la probabilitat que sigui docent de secundària és de 0,4643.

- b) Calculeu el nombre de docents que s'han inscrit al Congrés de cada nivell educatiu si sabem que en total hi ha 476 dones inscrites.
[1,25 punts]

- b) Considerem les variables:
 x : nombre de docents inscrits universitaris
 y : nombre de docents inscrits de secundària
 z : nombre de docents inscrits d'infantil i primària

Traduïm la informació de l'enunciat en equacions:

- El total de dones és 476: $0,4x + 0,52y + 0,65z = 476$.
- El 10% del total són docents d'universitat: $0,10(x + y + z) = x \rightarrow -0,9x + 0,1y + 0,1z = 0$.
- El 50% del total són docents de secundària: $0,50(x + y + z) = y \rightarrow 0,5x - 0,5y + 0,5z = 0$.

Si simplifiquem l'última equació i reordenem, obtenim el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -0,9x + 0,1y + 0,1z = 0 \\ 0,4x + 0,52y + 0,65z = 476 \end{cases}$$

El podem resoldre aplicant el mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -0,9 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,4 & 0,52 & 0,65 & 476 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -0,8 & 1 & 0 \\ 0 & 0,92 & 0,25 & 476 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -0,8 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,4 & 476 \end{array} \right)$$

I obtenim $x = 85$, $y = 425$ i $z = 340$

Per tant, hi ha 85 docents universitaris, 425 de secundària i 340 d'infantil i primària.

Alternativament, també es pot resoldre l'exercici utilitzant l'apartat anterior. Sabem que la probabilitat que una persona inscrita sigui una dona és $P(A) = 0,56$. D'altra banda, si anomenem n el nombre d'inscrits, aquesta probabilitat també és igual a $P(A) = \frac{476}{n}$. D'aquí deduïm que hi ha $n = \frac{476}{0,56} = 850$ persones inscrites. Si apliquem que el 10% són docents universitaris, el 50% de secundària i la resta d'infantil i primària, obtenim que hi ha 85 docents universitaris, 425 de secundària i 340 d'infantil i primària.