

Exercici 4

Una fàbrica es dedica a elaborar pasta. Tot el procés de producció es pot resumir en tres etapes:

1. Compra de matèries primeres. Per a elaborar la pasta, l'empresa ha de comprar oli, farina i sal de bona qualitat. La compra la pot fer a tres proveïdors diferents. El primer proveïdor ven l'oli a 3 €/L, la farina a 0,6 €/kg i la sal a 1 €/kg. El segon proveïdor ven l'oli a 3,5 €/L, la farina a 1 €/kg i la sal a 0,7 €/kg. Finalment, el tercer proveïdor ven l'oli a 2,5 €/L, la farina a 0,8 €/kg i la sal a 0,9 €/kg.
2. Elaboració, empaquetament i control de qualitat. Es fabrica i s'envasa la pasta. Posteriorment, es comprova que la pasta estigui ben feta i envasada correctament, i es verifica que els paquets pesin 500 g de mitjana.
3. Venda. L'estratègia de venda i el preu dels paquets es determinen fent un estudi de mercat.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

- a) L'empresa necessita 300 litres d'oli, 700 kg de farina i 25 kg de sal. Escriviu aquesta informació juntament amb els preus per producte de cada proveïdor en forma matriu (deixant ben clar el que representen les files i les columnes) i calculeu mitjançant un producte de matrius el cost total de la comanda per cada proveïdor. Quin dels tres proveïdors és el més econòmic?

[1,25 punts]

- a) Definim la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0,6 & 1 \\ 3,5 & 1 & 0,7 \\ 2,5 & 0,8 & 0,9 \end{pmatrix}$$

en què cada fila representa el primer, segon i tercer proveïdor, respectivament, i les columnes representen el preu de l'oli, de la farina i la sal, respectivament.

I la matriu

$$B = \begin{pmatrix} 300 \\ 700 \\ 25 \end{pmatrix}$$

que representa la quantitat que l'empresa vol comprar de cada matèria. La primera fila és la quantitat d'oli en litres, i la segona i tercera la quantitat de kg de farina i sal, respectivament.

Si multipliquem les dues matrius obtenim el preu de cada proveïdor per aquesta comanda:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 0,6 & 1 \\ 3,5 & 1 & 0,7 \\ 2,5 & 0,8 & 0,9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 700 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1345 \\ 1767,5 \\ 1332,5 \end{pmatrix}$$

Per tant, el cost total de la comanda és de 1345€ pel primer proveïdor, 1767,5€ pel segon i 1332,5€ pel tercer. El proveïdor més econòmic per aquesta comanda concreta és el tercer.

- b) Cada paquet de pasta té un cost total de producció de 0,5 €. Si l'empresa el ven per 1,1 €, es venen 1.000 paquets diaris de pasta. També han comprovat que la relació entre el preu de venda i el nombre de paquets venuts és lineal, de manera que per cada 0,01 € que s'apuja el preu de venda del paquet disminueix en 10 el nombre de paquets venuts. Anomenarem x el nombre de cops que apugem 0,01 € el preu de venda del paquet.

Trobeu la funció que descriu el benefici diari en funció de x i calculeu el valor de venda del paquet que fa que el benefici sigui màxim. Quin és aquest benefici?

[1,25 punts]

- b) Considerem x el nombre de cops que s'apuja el preu del paquet de pasta en 0,01 euros.

Sabem que el cost de producció d'un paquet de pasta és de 0,5 euros. Per tant, si el preu de venda és de 1,1 euros, el benefici és de $1,1 - 0,5 = 0,6$ euros. I, a aquest preu, en venem 1000 paquets.

Si apugem el preu de venda $0,01x$ euros, el benefici serà de $0,6 + 0,01x$ euros i el nombre de paquets venuts serà de $1000 - 10x$.

La funció del benefici diari total és per tant

$$B(x) = (0,6 + 0,01x)(1000 - 10x) = -0,1x^2 + 4x + 600.$$

Per trobar el benefici màxim calculem la derivada $B'(x)$ i la igualem a zero.

$$B'(x) = -0,2x + 4 \rightarrow -0,2x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{0,2} = 20.$$

Aquest valor és un màxim ja que $B'(x) > 0$ per valors de $x < 20$ i $B'(x) < 0$ per valors de $x > 20$.

El benefici màxim s'obtindria amb una pujada de preu de 0,2 € i seria de $B(20) = 640$ €. El preu unitari del paquet per obtenir aquest benefici màxim seria de 1,3 €.