

Exercici 4

Al Congrés Català d'Educació Matemàtica (C2EM), que se celebrarà a Lleida el proper mes de juliol, hi assistiran docents d'universitat, d'educació secundària i d'educació infantil i primària.

A hores d'ara, un 10 % dels docents inscrits són d'universitat, un 50 % són de secundària i la resta són d'infantil i primària. D'altra banda, un 40 % dels docents inscrits d'universitat, un 52 % dels docents inscrits de secundària i un 65 % dels docents inscrits d'infantil i primària són dones.

OPCIÓ B

- a) L'organització del Congrés vol donar un detall diferent a cada grup de docents: el detall de tipus $D1$ per al grup de docents universitaris, el detall de tipus $D2$ per al grup de docents de secundària i el detall de tipus $D3$ per al grup de docents d'infantil i primària. Han demanat pressupost a tres empreses diferents, que anomenarem $E1$, $E2$ i $E3$. La matriu següent ens dona els preus unitaris, en euros, de cada detall de tipus $D1$, $D2$ i $D3$ (files) segons les empreses $E1$, $E2$ i $E3$ (columnes):

$$\begin{pmatrix} 1,25 & 1 & 1,25 \\ 0,75 & 1 & 1,15 \\ 1 & 0,85 & 0,80 \end{pmatrix}$$

La comanda de l'organització es pot representar com un vector fila (x, y, z) , en què x representa la quantitat de detalls de tipus $D1$, y és la quantitat de detalls de tipus $D2$ i z correspon a la quantitat de detalls de tipus $D3$ que cal comprar.

L'organització treballa amb la previsió que al Congrés hi assistiran 1.000 persones en total i que els percentatges de cada grup de docents respecte al total seran els mateixos que els que hi ha en aquest moment de la inscripció.

Calculeu mitjançant un producte de matrius quina empresa ofereix el millor preu i quin és aquest preu.

[1,25 punts]

OPCIÓ B

- a) Les previsions de l'organització són que al congrés hi acabin assistint 1000 persones, segons els percentatges de l'enunciat tindrem la distribució següent:
- Nombre de docents d'universitat: 10% de 1000 = 100
 - Nombre de docents de secundària: 50% de 1000 = 500
 - Nombre de docents d'infantil i primària: 40% de 1000 = 400

Així, els organitzadors hauran de comprar 100 detalls del tipus $D1$, 500 detalls del tipus $D2$ i 400 detalls del tipus $D3$.

Fent el següent producte de matrius, s'obté el preu de tots els detalls per a cada empresa

$$(100 \quad 500 \quad 400) \begin{pmatrix} 1,25 & 1 & 1,25 \\ 0,75 & 1 & 1,15 \\ 1 & 0,85 & 0,80 \end{pmatrix} = (900 \quad 940 \quad 1020)$$

Per tant, a l'empresa $E1$, els detalls costarien 900 €; a l'empresa $E2$, costarien 940 €, i a l'empresa $E3$, costarien 1020 €. L'empresa que ofereix el millor preu és l'empresa $E1$ amb un preu de 900 €.

- b) Un hotel situat prop de l'espai on se celebrarà el Congrés ha fet un estudi de mercat. Inicialment es plantejaven oferir l'habitació doble a un preu de 80 € la nit i amb aquest preu estimaven que tindrien 100 reserves d'habitacions dobles. Però l'estudi mostra que la relació entre el preu de l'habitació doble i el nombre de reserves és lineal, de manera que per cada euro de descompte sobre el preu de l'habitació aconseguixen dues reserves més.

Si anomenem x el nombre de vegades que s'aplica el descompte d'un euro, escriuiu la funció que dona els ingressos de l'hotel en funció de x . Quin ha de ser el preu de l'habitació doble per a maximitzar els ingressos?

[1,25 punts]

- b) Sigui x , el nombre de vegades que s'aplica el descompte d'1 €. L'estudi es fa a partir de la hipòtesi que amb un preu de 80 euros es reservarien 100 habitacions dobles i que per cada euro que rebaixem el preu es reserven dues habitacions més.

La funció que dona els ingressos és el producte entre el preu de l'habitació doble i el nombre d'habitacions dobles reservades. Per tant, tenim

$$I(x) = (80 - x)(100 + 2x) = -2x^2 + 60x + 8000.$$

Per trobar el màxim d'ingressos, derivem la funció $I(x)$:

$$I'(x) = -4x + 60.$$

Iguallem la deriva a zero i veiem que hi ha un extrem relatiu quan $x = 15$. Veiem que es tracta d'un màxim, perquè la derivada és positiva per a $x < 15$ i és negativa per a $x > 15$.

Per tant, el preu de l'habitació doble per maximitzar els ingressos ha de ser de $80 - 15 = 65$ €.