

OPCIÓ B

Considereu el pla π d'equació $x + y = 0$.

a) Calculeu l'equació del pla π' que és perpendicular a π i conté els punts $P = (1, -1, 2)$ i $Q = (3, -3, 6)$.

[1 punt]

4. OPCIÓ B. a) El pla π' que busquem té vectors directors $(1,1,0)$ i $\overrightarrow{PQ} = (3, -3, 6) - (1, -1, 2) = (2, -2, 4) \sim (1, -1, 2)$. Fent-lo passar pel punt P , serà el pla d'equació:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2x - 2 - z + 2 - z + 2 - 2y - 2 = 0$$

és a dir, $2x - 2y - 2z = 0$; o, simplificant, $x - y - z = 0$.

- b) Calculeu l'equació paramètrica de la recta continguda en π' i que conté els punts de π' a la mateixa distància de P que de Q .

[1,5 punts]

- b) La recta que ens demanen és la intersecció del pla π' amb el pla perpendicular a $\overrightarrow{PQ} \sim (1, -1, 2)$ que passa pel punt mig:

$$M = \frac{P + Q}{2} = \frac{1}{2}(4, -4, 8) = (2, -2, 4).$$

Aquest pla té equació $x - y + 2z = D$ amb $D = 2 - (-2) + 2 \cdot 4 = 12$; és a dir, $x - y + 2z = 12$. Per tant, la recta demanada és:

$$\left. \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ x - y + 2z = 12 \end{array} \right\}.$$

Com que restant obtenim $z = 4$, es tracta de la recta:

$$(x, y, z) = (k + 4, k, 4) = (4, 0, 4) + k(1, 1, 0).$$