

Exercici 4

Una fàbrica es dedica a elaborar pasta. Tot el procés de producció es pot resumir en tres etapes:

1. Compra de matèries primeres. Per a elaborar la pasta, l'empresa ha de comprar oli, farina i sal de bona qualitat. La compra la pot fer a tres proveïdors diferents. El primer proveïdor ven l'oli a 3 €/L, la farina a 0,6 €/kg i la sal a 1 €/kg. El segon proveïdor ven l'oli a 3,5 €/L, la farina a 1 €/kg i la sal a 0,7 €/kg. Finalment, el tercer proveïdor ven l'oli a 2,5 €/L, la farina a 0,8 €/kg i la sal a 0,9 €/kg.
2. Elaboració, empaquetament i control de qualitat. Es fabrica i s'envasa la pasta. Posteriorment, es comprova que la pasta estigui ben feta i envasada correctament, i es verifica que els paquets pesin 500 g de mitjana.
3. Venda. L'estratègia de venda i el preu dels paquets es determinen fent un estudi de mercat.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ B

- a) L'empresa ha fet una gran comanda al primer proveïdor i s'ha gastat 1.320 €. Ha comprat el triple de farina que de sal. A més, la quantitat gastada en farina representa el 30 % dels diners gastats en oli. Quina quantitat de cada producte ha comprat?

[1,25 punts]

OPCIÓ B

- a) Considerem les següents incògnites

x : nombre de litres d'oli que ha comprat la fàbrica.

y : nombre de kg de farina que ha comprat la fàbrica.

z : nombre de kg de sal que ha comprat la fàbrica.

A partir de l'enunciat trobem les següents equacions

$$\begin{cases} 3x + 0,6y + z = 1320 \\ y = 3z \\ 0,6y = 0,3 \cdot 3x \end{cases}$$

Multiplicant la primera i la tercera equació per 10 arribem al sistema

$$\begin{cases} 30x + 6y + 10z = 13200 \\ y - 3z = 0 \\ 6y = 9x \end{cases}$$

Si ara dividim per 2 la primera equació i per tres la tercera arribem al sistema

$$\begin{cases} 15x + 3y + 5z = 6600 \\ y - 3z = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

Resolem el sistema pel mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 15 & 3 & 5 & 6600 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 15 & 3 & 5 & 6600 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & -13 & -5 & -6600 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 15 & 3 & 5 & 6600 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -44 & -6600 \end{array} \right)$$

Per tant;

$$-44z = -6600 \Leftrightarrow z = 150$$

$$y - 3z = 0 \Leftrightarrow y = 3 \cdot 150 = 450$$

$$15x = 6600 - 3y - 5z \Leftrightarrow x = \frac{1}{15} (6600 - 3 \cdot 450 - 5 \cdot 150) = 300$$

La fàbrica ha comprat 300 litres d'oli, 450 kg de farina i 150 kg de sal.

- b) En el control de qualitat, s'ha pres una mostra a l'atzar del pes en grams de 9 paquets de pasta i s'han obtingut els valors següents:

501, 506, 497, 495, 503, 491, 512, 505, 499.

Construïu un interval de confiança del 95 % per a la mitjana del pes del paquet de pasta, suposant que aquest pes segueix una distribució normal amb una desviació típica de 4 g. A partir d'aquestes dades, raoneu breument si podem afirmar que l'etiqueta que diu que els paquets són de 500 g és incorrecta.

[1,25 punts]

- b) Per trobar l'interval de confiança calcularem primer la mitjana de la mostra

$$\bar{x} = \frac{1}{9}(501 + 506 + \dots + 499) = 501g$$

A més a més, per l'enunciat sabem que $n = 9$, $z_\gamma = 1,96$ i $\sigma = 4$.

Per tant, l'interval és:

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = \left[501 - 1,96 \frac{4}{\sqrt{9}}, 501 + 1,96 \frac{4}{\sqrt{9}} \right] = [498'39, 503'61]$$

Amb una confiança del 95%, no podem afirmar que els paquets de pasta estiguin mal etiquetats ja que 500 g pertany a aquest interval.