

PREGUNTA 1: PROBABILITAT I ESTADÍSTICA (2,5 punts)

L'empresa TikiTak ha realitzat un estudi del comportament dels seus usuaris i ha observat que les $3/5$ parts de les seues publicacions reben un “*Like*”. Joana és una usuària de TikiTak.

1.1 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que Joana no reba cap “*Like*” si ha pujat a la plataforma TikiTak quatre publicacions?

Prenem $p = \frac{3}{5} = 0,6$ (probabilitat que una publicació reba un “*Like*”) i $q = 1 - p = \frac{2}{5} = 0,4$.

1.1 Probabilitat de cap “*Like*” en 4 publicacions:

$$P(X = 0) = q^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625} = 0,0256.$$

1.2 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que Joana no reba més de dos “Likes” en les quatre publicacions?

1.2 Probabilitat de **no rebre més de dos “Likes”** en 4 publicacions, és a dir $P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2)$. Calculem cada terme (on $X \sim \text{Bin}(n = 4, p = 0,6)$):

$$P(0) = \frac{16}{625} = 0,0256,$$

$$P(1) = \binom{4}{1} p(1-p)^3 = 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{96}{625} = 0,1536,$$

$$P(2) = \binom{4}{2} p^2(1-p)^2 = 6 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{216}{625} = 0,3456.$$

Sumant:

$$P(X \leq 2) = \frac{16 + 96 + 216}{625} = \frac{328}{625} = 0,5248.$$

1.3 (1 punt) Joana desitja que la probabilitat de rebre almenys un “Like” siga major que 0,999. Quin és el menor nombre de publicacions que ha de pujar per a aconseguir-ho?

1.3 Vol que $P(\text{almenys 1 “Like”}) > 0,999$. Com que

$$P(\text{almenys 1}) = 1 - q^n,$$

volem $1 - q^n > 0,999 \iff q^n < 0,001$. Aquí $q = 0,4$. Cal el mínim n amb

$$0,4^n < 0,001.$$

Fem càlcul: $0,4^7 = 0,0016384 > 0,001$, però $0,4^8 = 0,00065536 < 0,001$.

Per tant el **menor nombre de publicacions** és

$$\boxed{n = 8}.$$

Resum final:

1.1 0,0256.

1.2 0,5248.

1.3 calen 8 publicacions.