

PREGUNTA 1: PROBABILITAT I ESTADÍSTICA (2,5 punts)

Una firma automobilística fabrica tres models de cotxes (M1, M2 i M3) i produeix un 35% de vehicles als Estats Units, un 45% a la Xina i un 20% a Alemanya.

A la planta dels Estats Units es fabriquen un 38% de vehicles del model M1, un 42% de l'M2 i un 20% de l'M3; a la planta de la Xina un 42% de l'M1, un 40% de l'M2 i un 18% de l'M3; i a la d'Alemanya un 24% de l'M1, un 40% de l'M2 i un 36% de l'M3.

El control de qualitat ha detectat que als Estats Units un 3% dels cotxes presenta algun tipus de defecte, a la Xina un 4% i a Alemanya un 1%.

1.1 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que un cotxe seleccionat a l'atzar tinga algun tipus de defecte?

Dades resumides:

$P(\text{EE. UU.}) = 0,35$; $P(\text{Xina}) = 0,45$; $P(\text{Alemanya}) = 0,20$.

Defectes: $P(\text{defect} \mid \text{EE. UU.}) = 0,03$; $P(\text{defect} \mid \text{Xina}) = 0,04$; $P(\text{defect} \mid \text{Alemanya}) = 0,01$.

Dades per models (només útil per l'apartat 1.3): a Alemanya $P(\text{M2})=0,40$.

1.1 Probabilitat que un cotxe triat a l'atzar tinga defecte (fórmula de la probabilitat total):

$$P(\text{defecte}) = 0.35 \cdot 0.03 + 0.45 \cdot 0.04 + 0.20 \cdot 0.01.$$

$$P(\text{defecte}) = 0.0105 + 0.018 + 0.002 = 0.0305.$$

Resposta: $P(\text{defecte}) = 0.0305$ (3,05%).

1.2 (0,75 punts) Si un cotxe no té cap defecte, quina és la probabilitat que estiga fabricat als Estats Units?

1.2 Probabilitat que el cotxe siga fabricat als Estats Units sabent que **no** té defecte:

$$P(\text{EE.UU.} \mid \text{no defecte}) = \frac{P(\text{EE.UU.}) \cdot P(\text{no defecte} \mid \text{EE.UU.})}{P(\text{no defecte})}.$$

On $P(\text{no defecte} \mid \text{EE.UU.}) = 1 - 0.03 = 0.97$ i $P(\text{no defecte}) = 1 - 0.0305 = 0.9695$.

$$P = \frac{0.35 \cdot 0.97}{0.9695} = \frac{0.3395}{0.9695} \approx 0.35018.$$

Resposta: aproximadament 0.3502 (35,02%).

1.3 (1 punt) Donats 9 cotxes fabricats a Alemanya, calcula la probabilitat que almenys 3 siguin del model M2.

1.3 Donats 9 cotxes fets a Alemanya, probabilitat que almenys 3 siguin del model M2.

Si $X \sim \text{Bin}(n = 9, p = 0.4)$, volem $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$.

Calculem $P(X \leq 2) = \sum_{k=0}^2 \binom{9}{k} 0.4^k 0.6^{9-k}$:

- $P(X = 0) = 0.6^9 = 0.010077696$.
- $P(X = 1) = 9 \cdot 0.4 \cdot 0.6^8 = 0.060466176$.
- $P(X = 2) = 36 \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^7 = 0.161243136$.

Sumant: $P(X \leq 2) = 0.231787008$.

Per tant

$$P(X \geq 3) = 1 - 0.231787008 = 0.768212992 \approx 0.7682.$$

Resposta: aproximadament 0.7682 (76,82%).