

1. Els beneficis o pèrdues diaris d'una nova empresa durant el primer any de funcionament són donats per la funció $B(x) = -x^2 + 260x - 12.000$, en què x representa el dia des de l'inici de l'activitat de l'empresa.

a) Quin benefici o pèrdua va tenir l'empresa el dia 45? Quins dies va obtenir un benefici de 4.000 €?

[1 punt]

a) Primer, ens demanen el valor de la funció el dia 45:

$B(45) = -2.325$, per tant aquest dia l'empresa té unes pèrdues de 2.325 euros.

Hem de saber ara quins dies l'empresa ha tingut uns beneficis de 4000 euros. Per tant, hem de trobar els valors de x per als quals

$$B(x) = 4000 \rightarrow -x^2 + 260x - 12000 = 4000 \rightarrow x^2 - 260x + 16000 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{260 \pm \sqrt{3600}}{2}$$

que té dues solucions, $x = 100$ i $x = 160$. Per tant, els dies 100 i 160 ha tingut un benefici de 4000 €.

- b) Calculeu quin dia l'empresa va obtenir el benefici màxim i quin va ser aquest valor. Calculeu també entre quins dies l'empresa no va tenir pèrdues.

[1,5 punts]

- b) Per trobar el màxim, comencem calculant la derivada de la funció que ens dona els beneficis

$$B'(x) = -2x + 260$$

Igualant-la a zero, trobem un extrem relatiu en $x = 130$. Observem que en aquest punt hi ha un màxim perquè la funció $B'(x)$ és positiva per a valors inferiors a $x = 130$ i, per tant, la funció $B(x)$ és creixent, i $B'(x)$ és negativa per a valors superiors a $x = 130$ i, per tant, $B(x)$ és decreixent.

Els beneficis aquest dia seran de $B(130) = 4900$ euros.

Per tant, el dia 130 l'empresa té el benefici màxim i aquest benefici és de 4900 euros.

Sabem que l'empresa no té pèrdues si $B(x) \geq 0$. Si resollem l'equació $B(x) = 0$ obtenim

$$-x^2 + 260x - 12000 = 0 \rightarrow x = \frac{260 \pm \sqrt{19600}}{2}$$

que té per solucions $x = 60$ i $x = 200$. Observem, substituint en un punt intermediari, per exemple, el valor en $x = 130$ que ja hem calculat abans, que la paràbola és positiva entre aquests dos valors. Per tant, l'empresa no ha tingut pèrdues entre els dies 60 i 200.