

Problema 3. Una ciutat està implementant un programa de sostenibilitat ambiental. Com a part d'aquest programa, els residents tenen l'opció de participar en dues activitats: neteja de parcs i plantació d'arbres. Per a avaluar l'impacte d'aquesta iniciativa, es va realitzar una enquesta a 2.000 ciutadans, dels quals 800 van participar en la neteja de parcs, 1.400 en la plantació d'arbres, 300 en les dues activitats i 100 en cap d'elles. Seleccionem a l'atzar un d'aquests ciutadans.

- a) Calcula la probabilitat que el ciutadà seleccionat participe en almenys una de les dues activitats. (0,75 punts)

Dades del problema

- Nombre total de ciutadans: 2000.
- $N = 800$: participants en neteja de parcs.
- $A = 1400$: participants en plantació d'arbres.
- $N \cap A = 300$: participants en les dues activitats.
- Cap activitat: 100.

Comprovem consistència:

$$|N \cup A| = 2000 - 100 = 1900.$$

També per la fórmula de la unió:

$$|N \cup A| = |N| + |A| - |N \cap A| = 800 + 1400 - 300 = 1900.$$

Tot concorda ✓.

a) Probabilitat de participar en almenys una de les dues activitats

$$P(N \cup A) = \frac{|N \cup A|}{2000} = \frac{1900}{2000} = 0,95.$$

- b) Calcula la probabilitat que el ciutadà seleccionat participe en neteja de parcs, però no en plantació d'arbres. *(0,75 punts)*

b) Probabilitat de participar en neteja de parcs però no en plantació

$$|N \setminus A| = |N| - |N \cap A| = 800 - 300 = 500.$$

$$P(N \setminus A) = \frac{500}{2000} = 0,25.$$

- c) Calcula la probabilitat que el ciutadà seleccionat participe en exactament una de les dues activitats. (0,75 punts)

c) Probabilitat de participar en exactament una de les dues activitats

$$|N \Delta A| = |N \setminus A| + |A \setminus N|.$$

Ja tenim $|N \setminus A| = 500$.

$$|A \setminus N| = |A| - |N \cap A| = 1400 - 300 = 1100.$$

$$|N \Delta A| = 500 + 1100 = 1600.$$

$$P(\text{exactament una}) = \frac{1600}{2000} = 0,8.$$

d) Si el ciutadà seleccionat no ha participat en la plantació d'arbres, calcula la probabilitat que tampoc haja participat en la neteja de parcs. (0,75 punts)

d) Probabilitat que tampoc haja participat en neteja, sabent que no ha participat en plantació

Ens demanen

$$P(\overline{N} \mid \overline{A}).$$

- $\overline{A}$: no ha participat en plantació $\rightarrow 2000 - 1400 = 600$ persones.
- Entre aquestes 600, quants tampoc han participat en neteja?

$$|\overline{N} \cap \overline{A}| = \text{cap activitat} = 100.$$

Per tant:

$$P(\overline{N} \mid \overline{A}) = \frac{100}{600} = \frac{1}{6} \approx 0,167.$$

✔ Resum final de respostes

a) 0,95

b) 0,25

c) 0,8

d) $\frac{1}{6} \approx 0,167$