

**Problema 3.** En un país se sap que un 35% de persones viu en municipis menuts (10 000 habitants o menys), un 25% de persones viu en municipis mitjans (entre 10 001 i 50 000 habitants) i un 40% de persones viu en municipis grans (més de 50 000 habitants). Entre les persones que viuen en municipis menuts, un 20% es va graduar en la universitat; entre les que viuen en municipis mitjans, un 30% es va graduar en la universitat; i entre les que viuen en municipis grans, un 60% es va graduar en la universitat. Seleccionem a l'atzar una persona d'aquest país.

- a) Calcula la probabilitat que la persona seleccionada s'haja graduat en la universitat.  
(1 punt)

Dades:

S = municipis menuts ( $\leq 10\,000$ ):  $P(S) = 0,35$

M = municipis mitjans (10 001–50 000):  $P(M) = 0,25$

L = municipis grans ( $> 50\,000$ ):  $P(L) = 0,40$

Graduats:  $P(G | S) = 0,20$ ,  $P(G | M) = 0,30$ ,  $P(G | L) = 0,60$

---

a) Probabilitat que la persona s'haja graduat

Per la regla de la probabilitat total:

$$P(G) = P(S)P(G|S) + P(M)P(G|M) + P(L)P(G|L)$$

$$P(G) = 0,35 \cdot 0,20 + 0,25 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,60$$

$$P(G) = 0,07 + 0,075 + 0,24 = 0,385$$

Resposta:  $P(G) = 0,385$  (38,5 %)

b) Si sabem que la persona seleccionada es va graduar en la universitat, quina és la probabilitat que visca en un municipi amb més de 10 000 habitants? (1 punt)

b) Si sabem que s'ha graduat, probabilitat que visca en un municipi amb més de 10 000 habitants

Volem  $P(M \cup L \mid G)$ :

$$P(M \cup L \mid G) = \frac{P(M \cap G) + P(L \cap G)}{P(G)}$$

$$P(M \cap G) = 0,25 \cdot 0,30 = 0,075$$

$$P(L \cap G) = 0,40 \cdot 0,60 = 0,24$$

$$P(M \cup L \mid G) = \frac{0,075 + 0,24}{0,385} = \frac{0,315}{0,385} = \frac{9}{11} \approx 0,81818$$

Resposta:  $\frac{9}{11} \approx 81,82\%$

- c) Calcula la probabilitat de la intersecció dels successos "la persona seleccionada viu en un municipi amb 50 000 habitants o menys" i "la persona seleccionada es va graduar en la universitat o viu en un municipi amb més de 10 000 habitants".

(1 punt)

**c) Probabilitat de la intersecció dels successos**

$$A = \text{«viu en municipi } \leq 50\,000\text{»} = S \cup M$$

$$B = \text{«s'ha graduat o viu en municipi } > 10\,000\text{»} = G \cup M \cup L$$

L'intersecció:

$$A \cap B = (S \cup M) \cap (G \cup M \cup L) = M \cup (S \cap G)$$

$$P(A \cap B) = P(M) + P(S \cap G)$$

$$P(A \cap B) = 0,25 + (0,35 \cdot 0,20) = 0,25 + 0,07 = 0,32$$

Resposta:  $P = 0,32$  (32 %)