

4.2 Es vol construir un pot de refresc cilíndric de volum 33 cm^3 que tinga àrea total (incloent-hi les tapes) mínima. Es demana:

4.2.1 **(0,5 punts)** Expressa l'àrea total del pot en funció del radi de la base i de l'altura.

4.2.1 Àrea total del pot

$$A_{\text{total}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

- Volum donat: $V = \pi r^2 h = 33 \implies h = \frac{33}{\pi r^2}$
- Substituïm a l'àrea:

$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{33}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{66}{r}$$

4.2.2 (1,5 punts) Obtén les dimensions que minimitzen l'àrea total del pot.

4.2.2 Dimensions que minimitzen l'àrea

- Derivada:

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{66}{r^2} = 0 \implies 4\pi r^3 = 66 \implies r^3 = \frac{33}{2\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{33}{2\pi}} \approx 1,74 \text{ cm}$$

$$h = \frac{33}{\pi r^2} \approx \frac{33}{\pi \cdot 3,0276} \approx 3,47 \text{ cm}$$

4.2.3 (0,5 punts) Calcula aquesta àrea.

4.2.3 Àrea mínima

$$A_{\min} = 2\pi r^2 + \frac{66}{r} \approx 19,03 + 37,93 \approx 56,96 \text{ cm}^2$$

✓ Resum de resultats decimals

$$\begin{cases} r \approx 1,74 \text{ cm} \\ h \approx 3,47 \text{ cm} \\ A_{\min} \approx 56,96 \text{ cm}^2 \end{cases}$$