

4. Un cinema disposa de dues sales en les quals es projecten dues pel·lícules diferents. La taula següent mostra el nombre de persones que han assistit a la projecció de cada pel·lícula la darrera setmana, agrupades per franges d'edat:

<i>Franja d'edat</i>	<i>Pel·lícula de la sala 1</i>	<i>Pel·lícula de la sala 2</i>
Menys de 18 anys	122	620
18-65 anys	930	433
Més de 65 anys	384	281

La informació de la taula anterior es registra amb la forma matricial $A = \begin{pmatrix} 122 & 620 \\ 930 & 433 \\ 384 & 281 \end{pmatrix}$.

- a) Considerant la matriu $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, calculeu el producte $A \cdot B$. Expliqueu el significat de la matriu obtinguda.

Sabem que una entrada per a persones de menys de 18 anys costa 5 €, una entrada per a adults d'entre 18 i 65 anys costa 8,5 € i una entrada per a adults de més de 65 anys costa 6,5 €. Trobeu una matriu $C = (a \ b \ c)$ de manera que el producte $C \cdot A \cdot B$ doni els ingressos setmanals totals obtinguts per la venda d'entrades, i calculeu els ingressos corresponents a aquesta setmana.

[1,5 punts]

- a) Fem el producte

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 122 & 620 \\ 930 & 433 \\ 384 & 281 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 742 \\ 1363 \\ 665 \end{pmatrix}.$$

Clarament, la primera fila correspon al nombre total de menors de 18 anys que han anat al cinema aquella setmana, la segona al total de persones entre 18 i 65 anys i la tercera al total de majors de 65 anys.

Per la propietat associativa del producte de matrius, només cal trobar una matriu $C = (a \ b \ c)$ que multiplicada pel producte $A \cdot B$, que acabem de calcular, ens doni els ingressos totals per la venda d'entrades. Observem que

$$C \cdot A \cdot B = C \cdot (A \cdot B) = (a \ b \ c) \cdot \begin{pmatrix} 742 \\ 1363 \\ 665 \end{pmatrix} = 742 \cdot a + 1363 \cdot b + 665 \cdot c$$

I, per tant, per obtenir els ingressos totals és suficient definir $C = (a \ b \ c) = (5 \ 8,5 \ 6,5)$. Els ingressos totals de la setmana són 19618 euros.

b) Al cap d'uns mesos, el registre setmanal és donat per la matriu

$$D = \begin{pmatrix} 84 & 23 \\ 338 & x \\ 256 & 408 \end{pmatrix},$$

però hi ha un valor que s'ha esborrat, el del nombre de persones entre 18 i 65 anys que han assistit a la segona pel·lícula, i l'hem denotat per x . Calculeu el valor de x sabent que els ingressos totals d'aquella setmana van ser de 12.076 €.

[1 punt]

b) Comencem calculant el producte $C \cdot D \cdot B$

$$\begin{aligned} C \cdot D \cdot B &= (5 \quad 8,5 \quad 6,5) \begin{pmatrix} 84 & 23 \\ 338 & x \\ 256 & 408 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = (5 \quad 8,5 \quad 6,5) \begin{pmatrix} 107 \\ 338 + x \\ 664 \end{pmatrix} \\ &= 7724 + 8,5x \end{aligned}$$

Sabem, d'altra banda, que el total d'ingressos ha estat de 12076 euros. Per tant, $7724 + 8,5x = 12076 \rightarrow 8,5x = 4352 \rightarrow x = 512$.

Així doncs, el valor que ens faltava, el nombre d'adults que van assistir a la segona pel·lícula aquella setmana, fou de 512 persones.