

4. S'estima que el 20 % dels habitants d'una regió pateix algun tipus d'arrítmia. Per a diagnosticar-la, hi ha la possibilitat de col·locar al pacient un monitor Holter, que detecta l'arrítmia en un 95 % dels casos de persones que la pateixen, però que també dona falsos positius, per motius elèctrics, en persones que no pateixen arrítmies en un 0,5 % dels casos.
- a) Si escollim 4 persones a l'atzar, quina és la probabilitat que almenys una d'elles pateixi arrítmies?  
[0,75 punts]

(a) Sigui  $A$  l'esdeveniment "*patir arrítmia*". De l'enunciat sabem que  $P(A) = 0.2$ . D'entre les 4 escollides, el nombre de persones  $N$  que pateix arrítmies segueix una distribució binomial amb paràmetres  $n = 4$  i  $p = 0.2$ . Passant al complementari, obtenim

$$P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) = 1 - (1 - 0.2)^4 = 0.5904.$$

**b)** Quina és la probabilitat que una persona escollida a l'atzar obtingui un diagnòstic positiu d'arrítmia?

[0,75 punts]

(b) Sigui  $H$  l'esdeveniment “*obtenir diagnòstic positiu d'arrítmia a la prova del Holter*”.  
Siguin  $\bar{A}$  i  $\bar{H}$  els esdeveniments complementaris a  $A$  i a  $H$ , respectivament. Aleshores, de les dades de l'enunciat deduïm:

$$P(\bar{A}) = 0.8, \quad P(H | A) = 0.95 \quad \text{i} \quad P(H | \bar{A}) = 0.005.$$

Podem aplicar la fórmula de la probabilitat total:

$$P(H) = P(H | A) \cdot P(A) + P(H | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0.95 \cdot 0.2 + 0.005 \cdot 0.8 = 0.194.$$

- c) Si una persona obté un diagnòstic negatiu a la prova del Holter, quina és la probabilitat que realment pateixi arrítmies?

[1 punt]

(c) Per calcular la probabilitat condicionada que se'ns demana, farem servir la fórmula de Bayes:

$$P(A | \bar{H}) = \frac{P(A \cap \bar{H})}{P(\bar{H})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{H} | A)}{1 - P(H)} = \frac{0.2 \cdot (1 - 0.95)}{1 - 0.194} = 0.012 \dots$$