

Problema A1 (obligatori). — Donats dos esdeveniments, A i B , d'un experiment aleatori, sabem que $P(A) = 0.5$, que $P(B) = 0.1$, i que $P(A | B) = x$, on $x \in [0, 1]$. Es demana:

- a) Existeix algun valor de x per al qual els esdeveniments siguin independents? (1 pt)

Recorda la relació bàsica:

$$P(A \cap B) = P(B) P(A | B) = 0,1 \cdot x.$$

- a) Els esdeveniments són independents si $P(A | B) = P(A)$. Com $P(A) = 0,5$, cal que

$$x = 0,5.$$

Aquest valor està dins l'interval $[0, 1]$, així que sí, **existeix**: $x = 0,5$.

$x = 0,5$

b) Per a quin valor de x es té que la probabilitat de $A \cap B$ és màxima?

(1 pt)

b) Volem maximitzar $P(A \cap B) = 0,1x$ subjecte a $x \in [0, 1]$. Aquesta és una funció lineal creixent de x , per tant s'aconsegueix al valor màxim permès de x , és a dir $x = 1$. El valor màxim de la intersecció és

$$P(A \cap B)_{\max} = 0,1 \cdot 1 = 0,1,$$

que coincideix amb la cota trivial $P(A \cap B) \leq \min\{P(A), P(B)\} = 0,1$.

El màxim s'aconsegueix per $x = 1$ i val $P(A \cap B) = 0,1$.