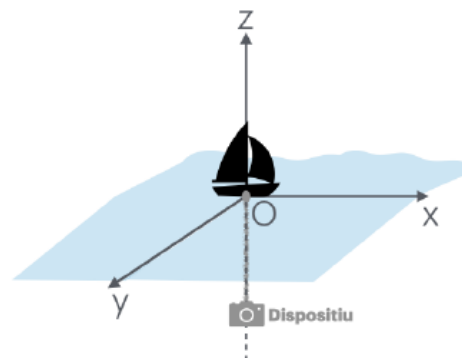


Problema A1. — Un grup d'investigació de l'Escola Politècnica Superior de la UIB va participar el desembre del 2023 en un estudi de les profunditats marines. L'equip va desplegar diverses tecnologies marines avançades amb la finalitat d'explorar i recollir dades d'hàbitats marins a una profunditat de 350 m. Per aquest motiu, una embarcació amb l'equip d'investigació es va dirigir cap a unes coordenades marines específiques.



- a) [1 punt] Un cop arribats al punt desitjat de la superfície del mar, diguem-li O , varen submergir un dispositiu verticalment 315 m (vegeu la figura). Tot seguit, aquest es va desplaçar 37 m sobre la recta

$$\begin{cases} x = 0, \\ 35y + 12z = -3780, \end{cases}$$

fins assolir la profunditat desitjada. Calcula el punt on es va situar el dispositiu després d'aquest moviment considerant el punt O el centre de referència (l'origen de coordenades).

a) Punt final del dispositiu

- Origen $O = (0, 0, 0)$.
- Submergir **verticalment 315 m** $\Rightarrow$ punt $A = (0, 0, -315)$.
- Desplaçament de **37 m** sobre la recta

$$\begin{cases} x = 0, \\ 35y + 12z = -3780. \end{cases}$$

Aquesta recta és la intersecció dels dos plans; un vector direcció és

$$\mathbf{v} = (0, -12, 35) \quad (\|\mathbf{v}\| = \sqrt{12^2 + 35^2} = \sqrt{1369} = 37).$$

Parametrització que passa per A : com que $35 \cdot 0 + 12 \cdot (-315) = -3780$, A és a la recta.

Amb paràmetre t : $L(t) = (0, -108 - 12t, 35t)$.

Per a A : $35t = -315 \Rightarrow t_A = -9$.

El desplaçament de 37 m correspon a $\Delta t = \pm 1$. Com que volem arribar a **profunditat 350 m**, necessitem $z = -350 \Rightarrow 35t = -350 \Rightarrow t_B = -10$ (és a dir, $\Delta t = -1$).

Punt final:

$$B = L(-10) = (0, -108 - 12(-10), 35(-10)) = (0, 12, -350).$$

Resposta (a): $\boxed{(0, 12, -350)}$.

b) [0.5 punts] Si volem mantenir la profunditat desitjada (350 m), sobre quin pla s'ha de desplaçar el dispositiu?

b) Pla per a mantenir profunditat 350 m

Profunditat 350 m fixa $\Rightarrow z = -350$.

Resposta (b): $z = -350$ (equivalentment, $z + 350 = 0$).

- c) [1 punt] Es deixa que el dispositiu es desplaci lliurement sobre el pla calculat a l'apartat b) i es va monitorant des del vaixell. Amb un GPS s'ha detectat, des del vaixell, la presència d'un objecte (possiblement un peix) que es desplaça en línia recta sobre la trajectòria

$$\begin{cases} x = 5 + 4\lambda, \\ y = 10 + \lambda, \\ z = -380 + 10\lambda. \end{cases}$$

Si el dit objecte no canvia la seva trajectòria, podria xocar contra el dispositiu? En cas afirmatiu, a quin punt podria ocórrer la col·lisió?

c) Possible col·lisió amb l'objecte

Trajectòria de l'objecte:

$$x = 5 + 4\lambda, \quad y = 10 + \lambda, \quad z = -380 + 10\lambda.$$

Intersecció amb el pla $z = -350$:

$$-380 + 10\lambda = -350 \Rightarrow 10\lambda = 30 \Rightarrow \lambda = 3.$$

Punt d'intersecció:

$$(x, y, z) = (5 + 4 \cdot 3, 10 + 3, -350) = (17, 13, -350).$$

Com que el dispositiu es mou lliurement pel pla $z = -350$, **sí que podria xocar** si en aquell instant es troba en eixe punt.

Resposta (c): Sí, al punt (17, 13, -350).