

Problema A1 (obligatori). — A la loteria de Nadal, el número guanyador de la grossa és un únic número de 5 xifres. Tots els números tenen la mateixa probabilitat de resultar guanyadors. Considera els següents esdeveniments:

- A : el número guanyador el Nadal de 2025 serà el 00000.
- B : el número guanyador el Nadal de 2025 serà el 72480.
- C : el número guanyador el Nadal de 2026 serà el 72480.

a) Expressa, amb les teves pròpies paraules, què volen dir els dos termes següents: $P(C \mid B)$, i $P(A \cap B)$. (1 pt)

a) Significat de les probabilitats

- $P(C \mid B)$

“Probabilitat que el número guanyador del Nadal de 2026 sigui 72480, *sabent que* el del Nadal 2025 ha sigut el 72480.”

És a dir, la probabilitat de C sota la condició que B ha passat.

- $P(A \cap B)$

“Probabilitat que *ahora* el número guanyador del Nadal de 2025 sigui 00000 i que sigui 72480.”

Com que un mateix sorteig no pot tenir dos números guanyadors diferents, aquest esdeveniment és impossible.

b) Calcula $P(C | B)$ i $P(A \cap B)$.

(1 pt)

b) Càlculs

Nombre total de números possibles: 100000.

1. Probabilitat de $C | B$

Els sorteigs de 2025 i 2026 són independents.

Per tant:

$$P(C | B) = P(C) = \frac{1}{100000}.$$

2. Probabilitat de $A \cap B$

Com A i B es refereixen al *mateix sorteig* de 2025 però amb números diferents, són incompatibles:

$$P(A \cap B) = 0.$$

Resposta final:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} P(C \mid B) : \text{Probabilitat que 2026 sigui 72480 sabent que 2025 ho és,} \\ P(A \cap B) : \text{Probabilitat que 2025 sigui 00000 i 72480 a la vegada.} \end{cases} \\ \text{b) } & P(C \mid B) = \frac{1}{100000}, \quad P(A \cap B) = 0. \end{aligned}$$