

Problema A3. — Suposem que, quan un client entra en una botiga d'electrodomèstics, el temps que hi passa dedins ve donat per una variable aleatòria X que segueix una distribució normal de mitjana poblacional $\mu = 15$ minuts i desviació típica $\sigma = 10$ minuts: $X \sim \mathcal{N}(15, 10)$.

a) Quina és la probabilitat que un client estigui dins la botiga 25 minuts o menys? (1 pt)

Dades:

$$X \sim \mathcal{N}(\mu = 15, \sigma = 10).$$

a) Probabilitat que un client estigui 25 minuts o menys

Calculem

$$P(X \leq 25).$$

Estandarditzem:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{25 - 15}{10} = 1.$$

Així:

$$P(X \leq 25) = P(Z \leq 1).$$

De la taula de la normal estàndard:

$$P(Z \leq 1) \approx 0.8413.$$

$P(X \leq 25) \approx 0.8413 \text{ (84.1\%).}$

- b) Quina és la probabilitat que un client estigui dins la botiga entre 5 i 25 minuts? (1 pt)

b) Probabilitat que un client estigui entre 5 i 25 minuts

Calculem

$$P(5 \leq X \leq 25).$$

Estandarditzem:

$$Z_1 = \frac{5 - 15}{10} = -1, \quad Z_2 = \frac{25 - 15}{10} = 1.$$

Així:

$$P(5 \leq X \leq 25) = P(-1 \leq Z \leq 1).$$

De la taula de la normal:

$$P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1).$$

$$P(Z \leq 1) \approx 0.8413, \quad P(Z \leq -1) \approx 0.1587.$$

$$P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826.$$

$$P(5 \leq X \leq 25) \approx 0.683 \text{ (68.3\%).}$$