

Problema B1. — En una fàbrica tèxtil fabricam vestits, samarretes i falde.

- Cada vestit requereix 5 m^2 de teixit i 5 botons.
- Cada samarreta requereix 4 m^2 de teixit i 3 botons.
- Cada falda requereix 4 m^2 de teixit i cap botó.

a) Si volem fabricar 10 vestits, 15 samarretes i 20 falde, quants m^2 de teixit i quants botons necessitam? (0.5 pt)

Dades:

- Vestit (x): 5 m^2 teixit, 5 botons
- Samarreta (y): 4 m^2 teixit, 3 botons
- Falda (z): 4 m^2 teixit, 0 botons

a) Recursos necessaris per 10 vestits, 15 samarretes i 20 falde

- Teixit:

$$10 \cdot 5 + 15 \cdot 4 + 20 \cdot 4 = 50 + 60 + 80 = 190 \text{ m}^2$$

- Botons:

$$10 \cdot 5 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 0 = 50 + 45 + 0 = 95 \text{ botons}$$

190 m^2 i 95 botons

b) Resol el sistema d'equacions següent:

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 120 \end{pmatrix}.$$

(1.5 pt)

b) Resolució del sistema

El sistema és:

$$\begin{cases} 5x + 4y + 4z = 100 & (1) \\ 5x + 3y + 0z = 120 & (2) \end{cases}$$

De (2):

$$5x + 3y = 120 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{120 - 3y}{5}.$$

Substituïm a (1):

$$5 \left(\frac{120 - 3y}{5} \right) + 4y + 4z = 100,$$

$$120 - 3y + 4y + 4z = 100,$$

$$y + 4z = -20.$$

Discussió

L'equació $y + 4z = -20$ té infinites solucions en enters **negatius** (perquè $y = -20 - 4z$).

Aleshores:

$$x = \frac{120 - 3y}{5} = \frac{120 - 3(-20 - 4z)}{5} = \frac{120 + 60 + 12z}{5} = \frac{180 + 12z}{5}.$$

Per tant, la solució general és:

$x = \frac{180+12z}{5}, \quad y = -20 - 4z, \quad z \in \mathbb{R}$

- c) Si disposam de 100 m^2 de teixit i 120 botons, podem utilitzar completament els recursos fabricant productes? (1 pt)

c) Podem utilitzar completament els recursos?

Els recursos són 100 m^2 de teixit i 120 botons.

El sistema plantejat ja correspon exactament a "gastar tots els recursos".

Però hem vist que les solucions impliquen $y = -20 - 4z$, és a dir, el nombre de samarretes seria negatiu. Això no té sentit físic (no podem fabricar samarretes negatives).

Per tant:

No, no és possible utilitzar completament els recursos amb produccions no negatives.
--