

Problema B2. — Per organitzar un esdeveniment social, volem contractar el transport amb una empresa que ens ofereix autocars i minibusos.

- Cada autocar té una capacitat de 50 viatgers i té un preu de 100 €.
- Cada minibús té una capacitat de 30 viatgers i té un preu de 55 €.

Podem contractar tants autocars com vulguem, i fins a 8 minibusos. Per limitacions en el nombre de conductors, només podem contractar 11 vehicles. Si volem assegurar el transport per a almenys 450 persones, quina és la combinació més avantatjosa i quin cost té? (3 pt)

Siguem a = nombre d'autocars, m = nombre de minibusos.

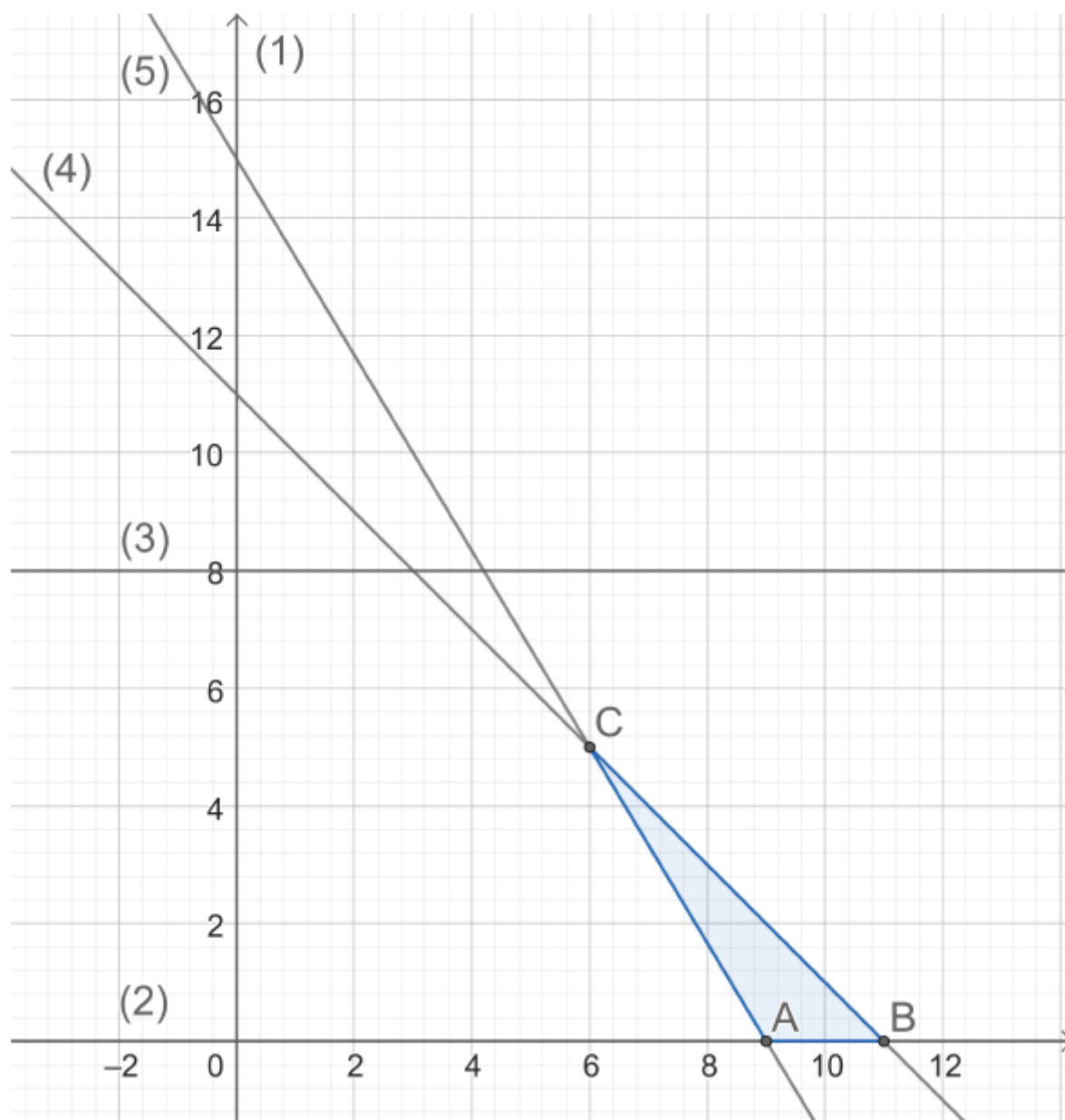
Dades i restriccions

- Capacitat: $50a + 30m \geq 450$.
- Límit de vehicles: $a + m \leq 11$.
- Límit de minibusos: $m \leq 8$.
- $a, m \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.
- Cost a minimitzar: $C = 100a + 55m$ (AC).

Observació: cost per plaça autocar = $100/50 = 2$ AC; cost per plaça minibús = $55/30 \approx 1,83$ AC $\Rightarrow$ el minibús és més barat per plaça. Per tant, convé usar-ne "tants com es puga" sense trencar les altres restriccions.

Cerca per valors de m (respectant $a + m \leq 11$):

- $m = 8 \Rightarrow a \leq 3$. Capacitat màxima = $50 \cdot 3 + 30 \cdot 8 = 150 + 240 = 390 < 450 \Rightarrow$ invàlid.
- $m = 7 \Rightarrow a \leq 4$. Capacitat màxima = $200 + 210 = 410 < 450 \Rightarrow$ invàlid.
- $m = 6 \Rightarrow a \leq 5$. Capacitat màxima = $250 + 180 = 430 < 450 \Rightarrow$ invàlid.
- $m = 5 \Rightarrow a \leq 6$. Amb $a = 6$: capacitat = $300 + 150 = 450$ (vàlid), vehicles = 11, cost $C = 100 \cdot 6 + 55 \cdot 5 = 600 + 275 = 875$ AC.
- $m = 4 \Rightarrow a \leq 7$. Amb $a = 7$: capacitat = $350 + 120 = 470$, cost = $700 + 220 = 920$ AC.
- $m = 3 \Rightarrow a \leq 8$. Amb $a = 8$: capacitat = $400 + 90 = 490$, cost = $800 + 165 = 965$ AC.
- $m = 2 \Rightarrow a \leq 9$. Mínim a per capacitat: $50a + 60 \geq 450 \Rightarrow a \geq 8$.
 $a = 8$: capacitat = 460, vehicles = 10, cost = $800 + 110 = 910$ AC (el millor per $m = 2$).
- $m = 1 \Rightarrow a \leq 10$. Mínim a : $50a + 30 \geq 450 \Rightarrow a \geq 9$.
 $a = 9$: capacitat = 480, cost = $900 + 55 = 955$ AC.
- $m = 0 \Rightarrow a \leq 11$. Mínim a : $a \geq 9$.
 $a = 9$: capacitat = 450, cost = 900 AC (millor cas amb només autocars).



Comparació de costos vàlids:

$(a, m) = (6, 5) \Rightarrow 875 \text{ AC}$ (capacitat justa),

$(8, 2) \Rightarrow 910 \text{ AC}$,

$(9, 0) \Rightarrow 900 \text{ AC}$,

$(7, 4) \Rightarrow 920 \text{ AC}$, etc.

Òptim: $(a, m) = (6, 5)$ amb cost **875 AC**.

Resposta

- Combinació més avantatjosa: **6 autocars i 5 minibusos**.
- Cost mínim: **875 AC**.
- Capacitat garantida: $50 \cdot 6 + 30 \cdot 5 = 450$ viatgers.
- Respecta $a + m = 11$ i $m \leq 8$.