

Problema D1. — Una empresa de construcció de drons ha fet un estudi sobre la vida mitjana dels seus productes. S'ha detectat que el 45% dels seus productes s'espenyen abans dels 5 anys. D'entre aquests objectes espenyats, el 40% han sofert un mal ús per part dels usuaris, mentre que, dels productes no espenyats, se sap que el 55% també sofriren un mal ús per part dels usuaris.

- (a) [0.75 punts] Si se selecciona aleatòriament un dels productes de l'estudi, quina és la probabilitat d'obtenir un producte que no s'hagués espenyat abans dels 5 anys?

Defineixo els successos:

- E = "el producte s'espenya abans de 5 anys".
- E^c = "el producte **no** s'espenya abans de 5 anys".
- M = "s'ha fet mal ús".

Dades:

$$P(E) = 0,45, \quad P(M \mid E) = 0,40, \quad P(M \mid E^c) = 0,55.$$

- (a) Probabilitat que **no** s'hagi espentat abans de 5 anys:

$$P(E^c) = 1 - P(E) = 1 - 0,45 = 0,55 = 55\%.$$

- (b) [0.75 punts] Si se selecciona aleatòriament un dels productes no espenyats abans dels 5 anys, quina és la probabilitat que se n'hagi fet un bon ús?

(b) Si seleccionem un producte sabent que **no** s'ha espentat (E^c), la probabilitat que s'hi hagi fet **bon ús** és el complement de $P(M \mid E^c)$:

$$P(\text{bon ús} \mid E^c) = 1 - P(M \mid E^c) = 1 - 0,55 = 0,45 = 45\%.$$

- (c) [1 punt] Si se selecciona aleatòriament un producte de l'estudi i se sap que aquest va sofrir un mal ús per part de l'usuari, quina és la probabilitat que no estigués espenyat abans dels 5 anys?

(c) Volem $P(E^c \mid M)$. Per la fórmula de Bayes:

$$P(E^c \mid M) = \frac{P(M \cap E^c)}{P(M)} = \frac{P(M \mid E^c)P(E^c)}{P(M \mid E)P(E) + P(M \mid E^c)P(E^c)}.$$

Substituïm valors:

$$P(M) = 0,40 \cdot 0,45 + 0,55 \cdot 0,55 = 0,18 + 0,3025 = 0,4825,$$

$$P(M \cap E^c) = 0,55 \cdot 0,55 = 0,3025.$$

Per tant

$$P(E^c \mid M) = \frac{0,3025}{0,4825} = \frac{121}{193} \approx 0,62694 \approx 62,7\%.$$

Resum:

(a) 55%.

(b) 45%.

(c) $P(E^c \mid M) = \frac{121}{193} \approx 62,7\%$.

