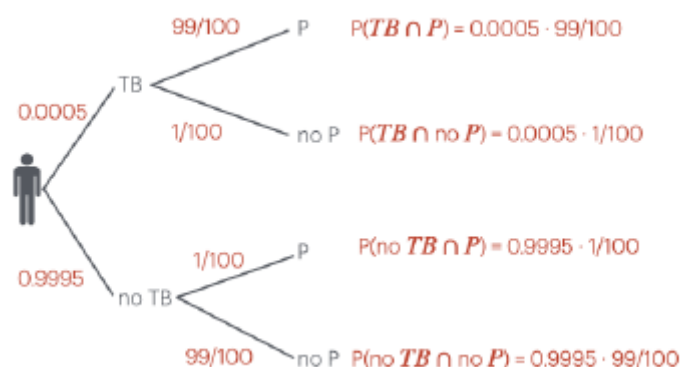


Problema D1. — Suposem que la probabilitat de tenir tuberculosi és de 0.0005. Sabent que la probabilitat que la prova doni positiu sabent que la malaltia és present és del 99% i la probabilitat que doni negatiu quan no ho és també és del 99%, contesta:

(a) [1.25 punts] Quina és la probabilitat que el test doni positiu si la persona no té la malaltia?

Dades

- $P(T) = 0.0005$ (probabilitat de tenir tuberculosi)
- $P(\bar{T}) = 1 - 0.0005 = 0.9995$ (no tenir tuberculosi)
- $P(+|T) = 0.99$ (sensibilitat)
- $P(-|\bar{T}) = 0.99$ (especificitat)



a) Probabilitat que el test doni positiu si la persona NO té la malaltia

Volem:

$$P(+|\bar{T}) = 1 - P(-|\bar{T})$$

Sabem que $P(-|\bar{T}) = 0.99$, així que:

$$P(+|\bar{T}) = 1 - 0.99 = 0.01$$

$P(+|\bar{T}) = 0.01$ (1% de falsos positius)

(b) [1.25 punts] Quina és la probabilitat de tenir tuberculosi si el resultat de la prova és negatiu?

b) Probabilitat de tenir tuberculosi si el resultat és negatiu

Volem:

$$P(T|-) = \frac{P(-|T)P(T)}{P(-)}$$

1. Calcular $P(-|T)$:

Si tens la malaltia i surt negatiu $\rightarrow$ és un fals negatiu:

$$P(-|T) = 1 - P(+|T) = 1 - 0.99 = 0.01$$

2. Calcular $P(-)$ amb la regla de la probabilitat total:

$$P(-) = P(-|T)P(T) + P(-|\bar{T})P(\bar{T})$$

$$P(-) = (0.01)(0.0005) + (0.99)(0.9995)$$

$$P(-) = 0.000005 + 0.989505 = 0.98951$$

3. Aplicar Bayes:

$$P(T|-) = \frac{0.01 \cdot 0.0005}{0.98951}$$

$$P(T|-) \approx \frac{0.000005}{0.98951} \approx 0.00000505$$

$$\boxed{P(T|-) \approx 0.000505\%}$$

És a dir, si el test surt negatiu, la probabilitat de tenir la malaltia és **pràcticament zero**.

✔ Resum final:

- a) $P(+|\bar{T}) = 1\%$
- b) $P(T|-) \approx 0.000505\%$