

Exercici 3

En un parc natural, els visitants hi poden accedir en cotxe, en bicicleta o a peu. Un cop dins del parc, els visitants poden fer una ruta guiada o bé visitar-lo pel seu compte.

- a) Sabem que el 60 % dels visitants hi accedeixen en cotxe, el 15 % en bicicleta i el 25 % restant a peu. També sabem que dels que hi arriben en cotxe el 80 % fan la ruta guiada, mentre que dels que hi arriben en bicicleta la fan el 60 % i dels que hi arriben a peu només la fan el 30 %.

Si escollim un visitant a l'atzar, quina és la probabilitat que faci la ruta guiada? Si sabem que ha fet la ruta guiada, quina és la probabilitat que hagi accedit al parc en cotxe?

[1,25 punts]

3.

a) Considerem els esdeveniments

R = el visitant ha fet la ruta guiada.

C = el visitant ha accedit al parc en cotxe.

B = el visitant ha accedit al parc en bicicleta.

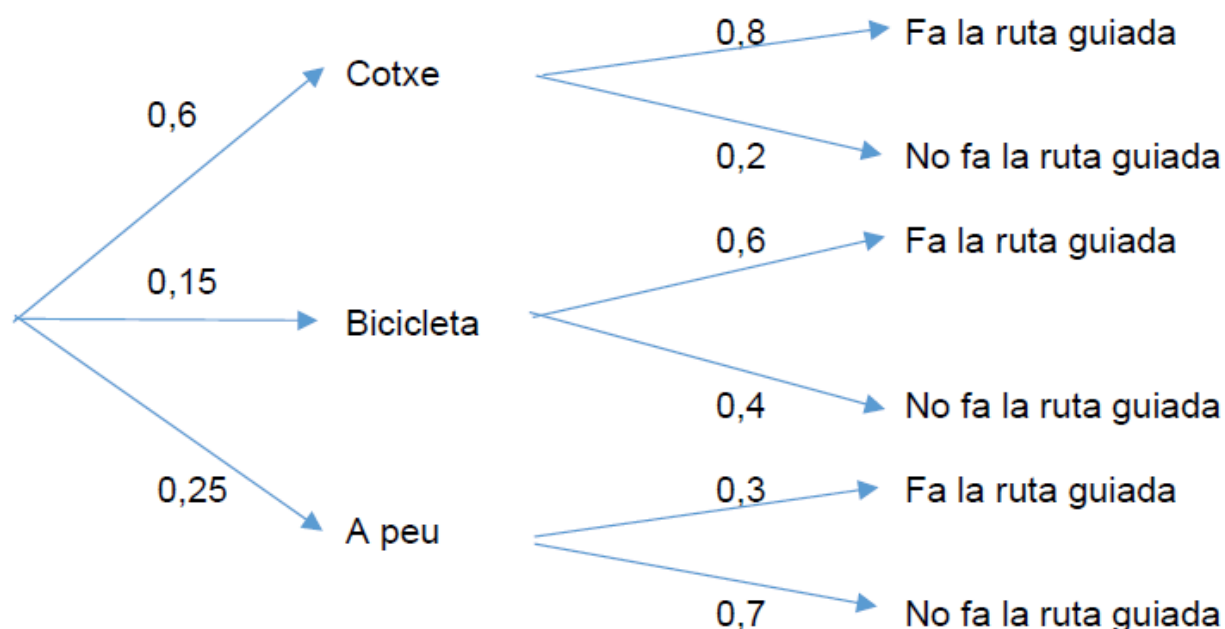
P = el visitant ha accedit al parc a peu.

A partir de les dades de l'enunciat sabem que $P(C) = 0,6$, $P(B) = 0,15$ i $P(P) = 0,25$. Sabem també que $P(R|C) = 0,8$, $P(R|B) = 0,6$ i $P(R|P) = 0,3$.

Aleshores, per la fórmula de les probabilitats totals,

$$P(R) = P(R \cap C) + P(R \cap B) + P(R \cap P) = P(C) \cdot P(R|C) + P(B) \cdot P(R|B) + P(P) \cdot P(R|P) = 0,6 \cdot 0,8 + 0,15 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,3 = 0,645.$$

També ho podem resoldre mitjançant un diagrama d'arbre



Així doncs, la probabilitat que un individu escollit a l'atzar faci la ruta guiada és de 0,645.

Ara ens demanen que calculem la probabilitat que hi hagi accedit en cotxe si sabem que ha fet la ruta guiada. Per tant,

$$P(C|R) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C) \cdot P(R|C)}{P(R)} = \frac{0,6 \cdot 0,8}{0,645} = 0,7442.$$

Si sabem que fa la ruta guiada, la probabilitat que hagi accedit al parc en cotxe és de 0,7442.

- b) Volem fer un estudi del temps que passen de mitjana els visitants dins del parc. Hem preguntat a 100 visitants quanta estona han estat dins del parc i hem obtingut una mitjana de 231 minuts amb una desviació típica de 32 minuts.

Construïu un interval de confiança del 95 % per al temps mitjà que passen els visitants dins del parc.

[1,25 punts]

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$
- Intervalls de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$
 - per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- b) La mida de la mostra és $n = 100$. L'estimació puntual de la mitjana i la desviació típica en la mostra han estat $\bar{x} = 231$ i $s = 32$.

Quan la mida de la mostra és gran, l'interval de confiança per a la mitjana amb un nivell de confiança $\gamma \in (0,1)$ s'obté a partir de la fórmula

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right],$$

en què, si Z segueix una distribució normal $(0,1)$, $P(-z_\gamma \leq Z \leq z_\gamma) = \gamma$. Per tant, tenim que els extrems de l'interval són:

$$\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 231 - 1,96 \frac{32}{\sqrt{100}} = 224,728$$

i

$$\bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 231 + 1,96 \frac{32}{\sqrt{100}} = 237,272$$

L'interval de confiança demanat és $[224,728, 237,272]$ minuts. És a dir, amb una confiança del 95% sabem que la mitjana de temps que els visitants passen al parc natural està entre 224,728 i 237,272 minuts.