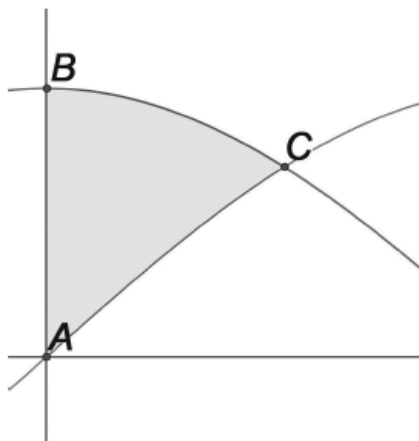


Exercici 4

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

Un vidrier està reparant un dels vitralls de la Sagrada Família la forma del qual és la de la part ombrejada de la figura adjunta. S'ha adonat que Gaudí el va dissenyar de manera que un dels costats segueix la funció $y = 3\sin(x/4)$ i un altre segueix la funció $y = 3\cos(x/4)$, on x i y estan expressades en metres.



- a) Raoneu a quina funció correspon cada gràfica i calculeu les coordenades dels punts B i C assenyalats a la figura (tenint en compte que A és l'origen de coordenades).

[1 punt]

4. OPCIÓ A. a) Com que $3\sin(\frac{0}{4}) = 0$ i $3\cos(\frac{0}{4}) = 3$, la gràfica inferior (la que passa pels punts A i C) és la del sinus, i la superior (la que passa per B i C) és la del cosinus. El punt B correspon al valor de $3\cos(\frac{0}{4}) = 3$, per tant és el punt $B = (0,3)$. Finalment, el punt C és el punt de tall entre el sinus i el cosinus, $3\sin(\frac{x}{4}) = 3\cos(\frac{x}{4})$,

$$\frac{3\sin(\frac{x}{4})}{3\cos(\frac{x}{4})} = 1 \rightarrow \tan(\frac{x}{4}) = 1 \rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \pi.$$

Com que $3\sin(\frac{\pi}{4}) = 3\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, el punt de tall és $C = (\pi, \frac{3\sqrt{2}}{2})$.

b) Calculeu el preu del vitrall sabent que costa 750 €/m^2 .

[1,5 punts]

b) Per a calcular el preu del vitrall necessitem trobar la seva àrea:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\pi} \left(3\cos\left(\frac{x}{4}\right) - 3\sin\left(\frac{x}{4}\right) \right) dx = \left[12\sin\left(\frac{x}{4}\right) + 12\cos\left(\frac{x}{4}\right) \right]_0^{\pi} \\ &= 12 \left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin(0) - \cos(0) \right) = 12 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 - 1 \right) \\ &= 12(\sqrt{2} - 1) \simeq 4,97 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Per tant, el preu del vitrall serà de $4,97 \text{ m}^2 \cdot 750 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 3.725,5 \text{ €}$.